

Ultraschall-Abbildung
mittels rückgestreuter Signale nach einem
verallgemeinerten Computertomographie-Konzept

von
Dietmar Hiller

Erlangen 1984

1984 № 294



Digitized by the Internet Archive
in 2026

Ultraschall-Abbildung
mittels rückgestreuter Signale nach einem
verallgemeinerten Computertomographie-Konzept

Der Technischen Fakultät
der Universität Erlangen-Nürnberg
zur Erlangung des Grades
DOKTOR-INGENIEUR

vorgelegt
von
Dietmar Hiller

Erlangen 1984

Als Dissertation genehmigt von der
Technischen Fakultät der
Universität Erlangen-Nürnberg

Tag der Einreichung: 25.1.84

Tag der Promotion: 13.4.84

Dekan: Prof. Dr.Ing. G. Vetter

Berichterstatte: Prof. Dr.Ing. H. Ermert
Prof. Dr.rer.nat. A. Lohmann

Inhaltsverzeichnis

1 Einführung	1
2 Konventionelle Schnittbildverfahren mit Ultraschall	6
2.1 Allgemeines Modell eines Ultraschall-Abbildungs-	6
systems zur Schnittbilderzeugung	
2.2 Piezoelektrische Dickenschwinger	9
2.3 Schallfeld eines Ultraschallwandlers im homogenen Medium	12
2.3.1 Schallfeld im verlustfreien Medium	12
2.3.2 Ausbreitung von Ultraschall in Gewebe	16
2.4 Modell des Streuverhaltens von biologischem Gewebe	19
2.5 Empfängerschallwandler	22
2.6 Bilderzeugung	23
2.7 Reale Eigenschaften von Parallel-B-Bildern	31
2.8 Ein idealisiertes Modell für ein B-Bild-Abbildungssystem	35
3 Ein verallgemeinertes Konzept zur Computertomographie	39
3.1 Vorbemerkungen	39
3.2 Allgemeines	39
3.2.1 Grundlagen der konventionellen Computertomographie	39
3.2.2 Grundlagen der verallgemeinerten Computertomographie	43
3.3 Rekonstruktion mit Summation und inverser Filterung	47
3.3.1 Summation der Teilbilder	47
3.3.2 Inverse Filterung des Summationsbildes	56
3.4 Rekonstruktion mit Vorfilterung und Summation	60
3.4.1 Allgemeine Teilbild-Punktübertragungsfunktion	60
3.4.2 Separable Teilbild-Punktübertragungsfunktion	66
3.5 Nicht-bandbegrenzte Objektfunktionen	70
3.5.1 Die "optimale" Punktübertragungsfunktion	70
3.5.2 Einige Beispiele	81
4 Technische Umsetzung des verallgemeinerten CT-Konzepts:	92
Ultraschall-Reflexions-CT	
4.1 Vorbemerkungen	92
4.2 Probleme der Realisierung	92
4.2.1 Messung von Ultraschall-Teilbildern	92
4.2.2 Summation	99

4.2.3 Inverse Filterung	102
4.2.4 Eindimensionale Vorfilterung	104
4.3 Versuchsaufbau	109
5 Experimentelle Untersuchungen	114
5.1 Vorbemerkungen	114
5.2 Untersuchungen an Phantomen	115
5.3 In-vitro und in-vivo Messungen	120
6 Ausblick und Ansätze zur Weiterarbeit	126
7 Zusammenfassung	128
8 Anhang	130
A.1 Das Mason-Ersatzschaltbild eines Piezoschallwandlers	130
A.2 Berechnung der Korrekturfunktion für das Modellsystem	133
A.3 Programm zur numerischen Berechnung der Korrekturfunktion	136
9 Literaturverzeichnis	137

Verzeichnis der wichtigsten Formelzeichen

a	Beschleunigung
A	"äquivalente Fläche" eines zweidimensionalen Systems
a,b	axialer, lateraler Skalierungsparameter (Modellsystem)
b;B *)	B-Bild
b_q	quantisierte Bildfunktion
b_{ijk}	Pixel der Teilbildmatrix
B	"äquivalente Bandbreite" eines zweidimensionalen Systems
c,c ₀	Schallgeschwindigkeit, im homogenen Medium
c _{uv}	zweidimensionaler Faltungskern
d	Schallwandlerabmessung
f;F	Funktion (allgemein)
$f_0;F_0$	zweidimensionale Filterfunktion
$f_v;F_v$	mechanische Kraft auf die Schallwandler-Oberflächen
$f_{obj};F_{obj}$	Objektfunktion
$f_{rek};F_{rek}$	rekonstruierte Objektfunktion
f_ρ, f_c	lokale Abweichungen der Dichte, Schallgeschwindigkeit
$f_k;F_k$	Korrekturfunktion
F_k'	normierte Korrekturfunktion
G,G ₁	Schermodul
g_ω	Green'sche Funktion
h;H	Punktbildfunktion, Punktübertragungsfunktion (allgemein)
h	Quantisierungsintervall
H _S ,H _E	Send-, bzw. Empfangsfunktion des Schallwandlers
$h_{rad};H_{rad}$	Strahlungsimpulsantwort, -übertragungsfunktion
$\bar{H}_{rad}$	Schallkeulenfunktion
$h_{ph};H_{ph}$	physikalische System-Impulsantwort, -übertragungsfunktion
H _{gew}	Gewebe-Übertragungsfunktion
$h_B;H_B$	PBF, POF des B-Bildes

* In der vorliegenden Arbeit werden praktisch durchgehend für zeit- bzw. ortsabhängige Größen kleine Formelzeichen verwendet, für die entsprechenden Größen der Frequenz- bzw. Ortsfrequenzebene dagegen große.

h_{Bx}, h_{By}	axiale bzw. laterale Komponente von h_B
H_{Bx}, H_{By}	axiale bzw. laterale Komponente von H_B
h_{Bm}, H_{Bm}	PBF, POF des Modellsystems
h_S, H_S	PBF, POF des Summationsbildes
h_{rS}, H_{rS}	Radialkomponente von h_S, H_S
H_g	POF des Gesamt-Abbildungssystems
H_{rg}	Radialkomponente von H_g
I	elektrischer Strom
i, j, k	Laufindizes
K, K_v	Kompressionsmodul
k_0	Wellenzahl
l	Länge
$M_{\mu\nu}$	Mason-Koeffizienten
p	Projektion
$p; P$	Schallwechseldruck
P_i, P_s	einfallende bzw. gestreute Schallwelle
$\vec{r}, \vec{r}_0, \vec{r}_s$	Ortsvektoren
R	Radius
r_{max}	maximale Objektausdehnung
$\hat{R}$	Rotationsmatrix
r, φ	Polarkoordinaten im Ortsbereich
q	Quantisierungsfehler
S	Schallwandleroberfläche
$s; S$	Summationsbild
s_{ij}	Pixel der Summationsbild-Matrix
$\hat{t}$	Zeit
t, u	Ortskoordinaten des rotierenden Koordinatensystems
$u; U$	elektrische Spannung
$v_v; V_v$	Schnelle an der Schallwandler-Oberfläche
$\bar{v}; \bar{V}$	gemittelte Schnelle
W_v	mechanische Impedanz
x, y, z	Ortskoordinaten
Z_G, Z_E	elektrische Generator- bzw. Empfängerimpedanz

α	Absorptionskoeffizient
α	freier Parameter
γ	Winkel
δ	Deltafunktion
ϵ	infinitesimal kleine, positive Zahl
μ, ν	Laufindizes
μ, μ_0	Reflektivität
ρ, ρ_0	Dichte, im homogenen Medium
ϑ	Aspektwinkel
Φ	Geschwindigkeitspotential
ω	Kreisfrequenz
ω_x, ω_y	Ortskreisfrequenz
ω_{obj}	Grenzfrequenz der Objektfunktion
$\omega_{\text{ax}}, \omega_{\text{lat}}$	axiale, laterale Grenzfrequenz
ω_{max}	Grenzfrequenz der B-Bild-POF
ω_{obj}	Grenzfrequenz der Objektfunktion
ω_R	Relaxationsfrequenz
Ω_r	normierte Ortsfrequenz
ω_r, ϕ	Polarkordinaten im Ortsfrequenzbereich

Verzeichnis der wichtigsten Abkürzungen

CT	Computertomographie
FIR	"finite impulse response", nichtrekursiv
FFT	"Fast Fourier Transform", schnelle Fouriertransformation
2DFFT	zweidimensionale FFT
MSP	Mikrosignalprozessor
MOF	Modulations-Übertragungsfunktion
PBF	Punktbildfunktion
POF	Punktübertragungsfunktion
PVDF	Polyvinyl-Difluorid
PZT	Blei-Zirkonat-Titanat
RCT	Reflexions-Computertomographie
USRCT	Ultraschall-RCT

1 Einführung

Die Verwendung von Ultraschall in der Medizin reicht nur etwa 30 Jahre zurück. Sie begann mit den grundlegenden Arbeiten von WILD (/21/,/22/) und wurde wohl entscheidend mit angeregt durch die Untersuchungen von FIRESTONE über die Ortung von Fehlern in metallischen Werkstoffen ("Reflektoskop", /23/). In den frühen fünfziger Jahren begann nach Überwindung anfänglicher Schwierigkeiten die schnelle Weiterentwicklung der medizinischen Ultraschall-Diagnostik (FRENCH /24/, HOWRY /26/). Dem eindimensionalen A-Scan-Verfahren folgte rasch das B-Scan-Verfahren, mit dem erstmals die bildhafte Darstellung von biologischen Strukturen in einer zweidimensionalen Querschnittsebene ermöglicht wurde (WILD, /27/). Diese Methode, die das akustische Analogon zum elektromagnetischen RADAR-Verfahren darstellt, hat bis heute die größte Bedeutung aller Ultraschall-Abbildungskonzepte behalten. Ausgewertet und bildhaft dargestellt wird dabei die Reflexion von Schall an Grenzflächen zwischen Bereichen mit unterschiedlicher akustischer Impedanz ("Kontur") und die Rückstreuung an Inhomogenitäten im Gewebe ("Struktur").

Seit etwa 1960 sind industriell gefertigte Geräte verfügbar, die eine breite medizinische Anwendung von Ultraschall ermöglicht haben. Die Geräte der ersten Generation arbeiteten nach dem Compound-Scan-Verfahren mit Speicherröhren als Anzeige, so daß nur zwei Helligkeiten (schwarz und weiß) wiedergegeben werden konnten. Beim Compound-Scan wird jeder Objektpunkt - i.a. mit einem handgeführten Schallwandler - aus mehreren Richtungen beschallt, um statistische und systematische Fehler zu reduzieren. Der Aufbau eines kompletten Bildes erfordert mehrere Sekunden. Als einer der wichtigsten Fortschritte wird deshalb oft die Entwicklung von Echtzeit-Geräten mit Bildaufbauzeiten von einigen 10 ms angesehen, die die Darstellung anatomischer Strukturen in ihrer natürlichen Bewegung ermöglichen (1966). Auch durch Bewegung lassen sich, wegen der optischen Integrationsfähigkeit des Auges, gewisse Fehlereinflüsse im Bild, wie z.B. Rauschen, reduzieren.

Weitere wesentliche Entwicklungsstufen der Ultraschall-Gerätetechnik waren schließlich der Übergang vom reinen Schwarz-/Weißbild zur Grautondarstellung (1965), sowie das Aufkommen der Array-Technik (lineares und phasengesteuertes Array) (1967), bei dem die mechanische Bewegung eines ein-

zelen Schallwandler durch die elektronische Umschaltung der Elemente einer Schallwandlergruppe ersetzt wird.

Im Lauf der Jahre entstanden neben den Puls-Echo-Verfahren auch zahlreiche andere Ultraschall-Abbildungskonzepte für die medizinische Diagnostik. Von einiger Bedeutung sind dabei vor allem die Ultraschallkamera, Ultraschall-Holographie und Ultraschall-Computertomographie. Bei der Ultraschallkamera (/29/,/30/) wird ein Objekt inkohärent beschallt. Akustische Linsen bilden die Objektebene in eine Bildebene ab, diese Bildebene wird dann mit einem oder mehreren Schallwandlern abgetastet. Betreibt man das System in Transmission, so erhält man eine Darstellung ähnlich einer Röntgensichtaufnahme mit einer scharfen Fokusebene und mehr oder weniger verwaschenen Objektdetails außerhalb dieser Ebene.

Ultraschall-Holographieverfahren wurden von zahlreichen Autoren beschrieben (siehe z.B. /31/). Meist erzeugt man das eigentliche Hologramm unter Verwendung einer akustischen Referenzwelle durch nichtlineare Effekte auf einer Wasseroberfläche und rekonstruiert dieses dann mit Laserlicht (z.B. /32/). Bei anderen Konzepten wird das Schallfeld in einer Apertur phasempfindlich abgetastet, wobei die Rekonstruktion dann im Digitalrechner erfolgt (synthetische Apertur) (/33/).

In direkter Analogie zur Röntgen-Computertomographie (Röntgen-CT) entstand schließlich die Ultraschall-CT, wobei gezeigt werden konnte, daß sich mit Ultraschall mehr Parameter als mit Röntgenstrahlen messen lassen (/9/,/34-39/). Andererseits treten erhebliche Schwierigkeiten dadurch auf, daß die Abmessungen der interessierenden Objekte in die Größenordnung der Wellenlänge kommen, wodurch insbesondere Beugungseffekte eine nicht zu vernachlässigende Rolle spielen (/40/). Trotzdem arbeiten an der Ultraschall-CT zur Zeit etwa 25 Forschergruppen in der ganzen Welt.

Bildgebende Ultraschall-Verfahren nach dem Puls-Echo-Prinzip haben heute in der medizinischen Diagnostik eine große Verbreitung erlangt, und zwar sowohl als eigenständige Verfahren, wie auch als Ergänzung zur konventionellen Röntgentechnik. Im Gegensatz zu dieser liefert Ultraschall zweidimensionale Schnittbilder einer Körperebene. Ein weiterer wichtiger Gesichtspunkt ist die Tatsache, daß Ultraschall - anders als ionisierende Strahlung - nach heutigem Wissen biologisch unschädlich ist. Hauptanwen-

dungsgebiete der Ultraschall-Diagnostik sind Geburtshilfe, Kardiologie und innere Medizin.

Je nach Anwendungsgebiet haben sich verschiedene Gerätetypen herauskristallisiert. Wesentliches Unterscheidungsmerkmal ist z.B. die Art des Bildaufbaus: sog. "statische" Scanner (oder "Compound"-Geräte) mit Bildzeiten von mehr als 1 s, aber sehr hoher Auflösung, und "Real-Time"-Scanner mit 20-50 Bildern/s. Letztere lassen sich wiederum hinsichtlich der Art der Abtastung in Parallel-Scanner und Sektor-Scanner unterscheiden. Die sektorförmige Abtastung, die sowohl mechanisch als auch elektronisch (mitphasengesteuerten Schallwandlergruppen, sog. "phased-array"-Technik) geschehen kann, wird allgemein als die universellere angesehen (/28/), wobei der mechanische Strahlschwenk bisher noch die bessere Bildqualität liefert.

Die Phased-Array-Technik bietet demgegenüber den Vorteil, zusätzlich zum Strahlschwenk noch eine sogenannte "dynamische Fokussierung" zu ermöglichen, weshalb sie auch in zunehmendem Maße bei Parallel-Scannern und sogar, mit konzentrischen, ringförmigen Schallwandlergruppen ("Annular Arrays"), bei Sektor- und Compoundgeräten eingesetzt wird. Weiterhin ist bei modernen Geräten eine deutliche Verschiebung von der Analog- zur Digitaltechnik zu beobachten. So wird beispielsweise bei Geräten der jüngsten Generation nicht nur der Bildaufbau, sondern auch schon die Signalverarbeitung (z.B. dynamische Fokussierung) mit digitalisierten Empfangssignalen durchgeführt. Die Digitalisierung erfolgt dabei so früh wie möglich, d.h. unmittelbar hinter einem Empfangsvorverstärker und eventuell sogar noch vor der Gleichrichtung der Empfangssignale. Sowohl dynamische Fokussierung als auch - zumindest teilweise - digitale Signalverarbeitung können heute als Stand der Technik angesehen werden.

Bei der praktischen Anwendung von Ultraschall-Puls-Echo-Verfahren stehen heute folgende Probleme und Schwierigkeiten im Mittelpunkt:

- Erheblich schlechtere Auflösung senkrecht zur Strahlrichtung als in Strahlrichtung ("Verzeichnung"). In /51/ wird für den fokusnahen Bereich etwa ein Verhältnis von 4:1 bis 5:1 angegeben.
- Tiefenabhängige Verschlechterung der Auflösung in Strahlausbreitungsrichtung (axial), da wegen der Frequenzabhängigkeit der Dämpfung in biologischen Materialien höhere Frequenzanteile stärker gedämpft werden. Dies führt zu einer Verbreiterung der Empfangspulse.

- Tiefenabhängige Verschlechterung der Auflösung quer zur Strahlausbreitungsrichtung (lateral), da sich der Schallstrahl jenseits des Fokusbereichs aufweitet.
- Organgrenzflächen sind nur dann gut abzubilden, wenn sie näherungsweise senkrecht zur Strahlausbreitungsrichtung orientiert sind, da sonst der Schall aus der Untersuchungsebene herausreflektiert wird ("spiegelnde Reflexion").
- Granulares, rauschähnliches Erscheinungsbild von eigentlich homogenen Gewebebezirken, da durch kohärente Überlagerung der rückgestreuten Echos konstruktive und destruktive Interferenz auftritt ("Speckle").
- klinisch-praktische Schwierigkeiten, wie z.B. hoher Zeitaufwand bei gleichzeitig schlechter Delegierbarkeit. So dauert beispielsweise die Untersuchung einer weiblichen Brust durchschnittlich ca. 15 Minuten. Wegen der schwierigen Interpretation von Ultraschallbildern muß diese Arbeit vom Arzt selbst ausgeführt werden.

Einige der eben genannten Probleme lassen sich durch den Einsatz der Compound-Technik (siehe Abschnitt 2.6) abmildern, so z.B. die Verzeichnung, die spiegelnde Reflexion und der Speckle-Effekt. Die Strahlaufweitung kann durch Verwendung von dynamischer Fokussierung - allerdings nur beim Empfang - teilweise behoben werden. Auch wurden bestimmte Bildverarbeitungsverfahren wie z.B. ein- oder zweidimensionale Entfaltung vorgeschlagen (/52/, /58/-/60/). Schließlich wurden zur Korrektur der Pulsverbreiterung Signalverarbeitungsalgorithmen auf der Empfangsseite erprobt (/62/).

Im folgenden soll ein Verfahren vorgestellt werden, das durch konsequente Weiterverfolgung des Compound-Scan-Prinzips und Anwendung von Rechenalgorithmen aus der Computertomographie ein Ultraschallbild liefert, dessen Auflösung (unter einigen idealisierenden Annahmen) ortsunabhängig und rotationssymmetrisch ist. Die Auflösung liegt dabei in der Größenordnung der axialen Auflösung des Schallwandlers und ist von der lateralen Auflösung praktisch unabhängig. In einer realen Ausführung rotiert z.B. eine lineare Schallwandlergruppe unter Beibehaltung ihrer Orientierung zum Mittelpunkt einmal vollständig um das Objekt und mißt dabei viele Ultraschallbilder der selben Schnittebene. Da die rückgestreuten Echos unter jedem Betrachtungswinkel etwas anders interferieren, mittelt sich das rauschähnliche Speckle weitgehend heraus. Die Führung des Schallwandlers bzw. einer Gruppe von Schallwandlern erfolgt automatisch, so daß ein ho-

her Grad an Reproduzierbarkeit gewährleistet ist. Da dabei das untersuchte Objekt (unter Beibehaltung der selben Schnittebene) aus allen Richtungen dieser Ebene beschallt wird, ist gleichzeitig sichergestellt, daß auch spiegelnd reflektierende Oberflächen vollständig erfaßt werden, solange der Schall nicht aus der Ebene heraus reflektiert wird. Wesentlicher Nachteil ist bei dieser einfachen Ausführung jedoch die Tatsache, daß die Klasse der untersuchbaren Organe auf solche eingeschränkt wird, die in einer speziellen Schnittebene von allen Seiten beschallt werden können. Darunter fallen aber diagnostisch so interessante Organe wie die weibliche Brust oder die Hoden.

Ausgehend von den bekannten Eigenschaften von Schallwandlern und biologischem Gewebe werden im 2. Kapitel zunächst die Eigenschaften eines konventionellen Ultraschall Puls-Echo Abbildungssystems (ohne Compound-Prinzip) untersucht. Es zeigt sich, daß das Ultraschallbild unter gewissen Umständen als Faltung der zweidimensionalen Verteilung bestimmter akustischer Parameter mit einer ortsunabhängigen "Unschärfefunktion" entsteht. Daraus werden dann im 3. Abschnitt Verfahren zur Beseitigung dieser Unschärfe hergeleitet. Es wird sich zeigen, daß die "Verschärfung" starke Ähnlichkeiten mit der sog. $|\omega|$ -Filterung aufweist, die das kennzeichnende Merkmal der vor allem aus der Röntgentechnik bekannten Computertomographie darstellt. Es scheint deshalb angebracht, das Verfahren als "verallgemeinerte Computertomographie", und die Anwendung des Verfahrens auf Ultraschallbilder als "Ultraschall-Reflexions-Computertomographie" (USRCT) zu bezeichnen.

Im 4. Abschnitt wird die praktische Realisierung eines Ultraschall-RCT-Systems beschrieben. Dabei werden insbesondere auch Probleme der Umsetzung auf den Digitalrechner eine Rolle spielen. Es wird sich herausstellen, daß ein relativ einfacher, hochspezialisierter Prozessor in Verbindung mit einem handelsüblichen Mikrocomputer in der Lage sein dürfte, alle anfallenden Rechenoperationen zu bewältigen, so daß die Komplexität des gesamten USRCT-Systems nicht wesentlich über dem eines Compound-Scanners zu liegen braucht. Im 5. Abschnitt wird dann über experimentelle Erfahrungen mit einem aus Laborgeräten aufgebauten USRCT-System berichtet. Der letzte Abschnitt befaßt sich schließlich mit einigen Möglichkeiten zur weiteren Verbesserung der erhaltenen Ultraschallbilder, insbesondere durch Berücksichtigung der örtlich variierenden Schallgeschwindigkeit.

2 Konventionelle Schnittbildverfahren mit Ultraschall

2.1 Allgemeines Modell eines Ultraschall-Abbildungssystems zur Schnittbilderzeugung

In Abbildung 2-1 ist ein allgemeines Modell eines Ultraschall-Abbildungssystems skizziert. Dieses Modell erfaßt alle Abbildungskonzepte, die ausser Schallwandler und Koppelmedium keine weiteren Hilfsmittel wie z.B. akustische Linsen erfordern. Es erfaßt also insbesondere Schnittbildverfahren wie die konventionellen B-Bild-Verfahren, Ultraschall-Computertomographie und synthetische Aperturverfahren. Es ist beispielsweise ungeeignet zur Beschreibung einer Ultraschallkamera oder der akustischen Oberflächenholographie. Das Modell besteht aus einer Serienschaltung von "Komponenten", deren Eigenschaften in ihrer Gesamtheit das Resultat bestimmen, nämlich das Bild. Die Komponenten sind verknüpft durch "Signale", wobei die in Klammern angegebene physikalische Repräsentation dieser Signale lediglich beispielhaft sein soll. Sind die Eigenschaften der einzelnen Komponenten bekannt, so läßt sich das Resultat im Prinzip berechnen.

Ein solches Abbildungssystem hat die Aufgabe, die räumliche Verteilung eines oder mehrerer akustischer Parameter darzustellen. In der Ultraschalldiagnostik ist dabei eine möglichst hohe Korrelation dieser Parameter mit der medizinischen Fragestellung wichtig. Da eine dreidimensionale Wiedergabe nicht möglich ist, beschränkt man sich in der Praxis auf die sukzessive Abbildung mehrerer paralleler Querschnittsebenen durch die räumliche Verteilung, sog. Tomogramme (tomein: griech. "schneiden"). Das dreidimensionale Abbildungsproblem wird dadurch auf eine Folge zweidimensionaler Abbildungen reduziert. Der größte Teil dieser Arbeit befaßt sich deshalb auch nur mit dem Problem der Abbildung einer zweidimensionalen Objektfunktion $f_{obj}(x,y)$ in eine Bildfunktion $f_b(x,y)$. f_b ist häufig eine Helligkeits- oder Intensitätsverteilung, jedoch kann auch beispielsweise eine in einem Rechner gespeicherte Funktion im abstrakten Sinn als Bild angesehen werden.

Die ideale Bildfunktion $f_{b,id}(x,y)$ folgt der Beziehung (eine etwaige Skalierung zwischen Bild- und Ortskoordinaten soll außer Betracht bleiben):

$$f_{b,id}(x,y) = \text{const} \cdot f_{obj}(x,y) \quad (2.1)$$

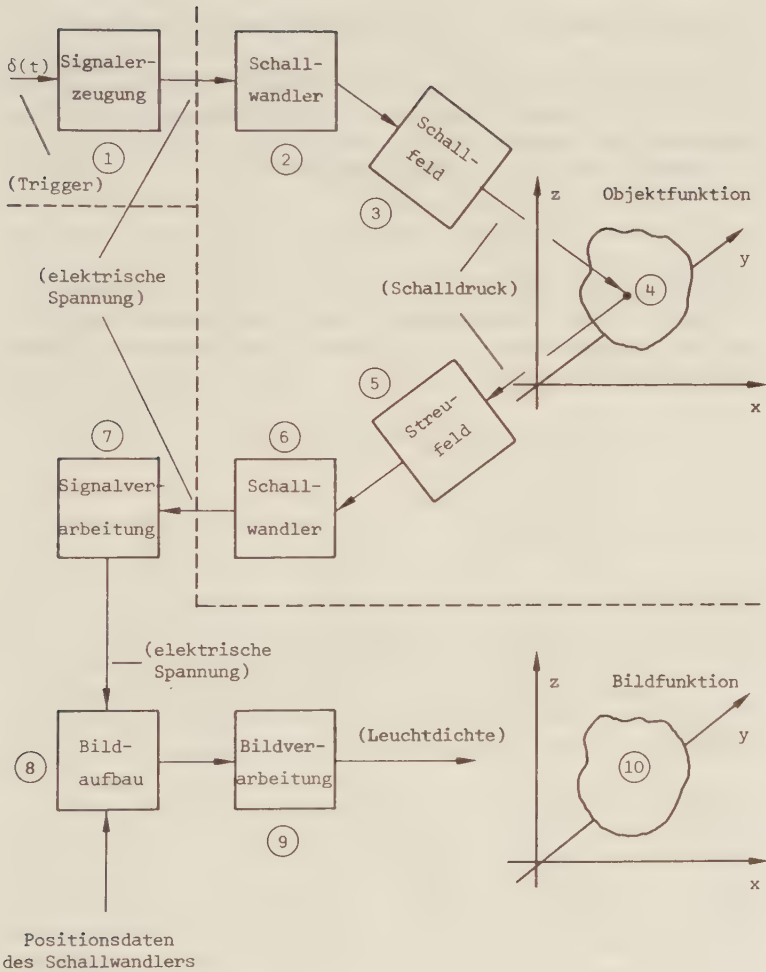


Abb. 2-1 Schematische Darstellung eines tomographischen Ultraschall-Abbildungssystems (Reflexionsbetrieb)

f_{obj} : beliebiger akustischer Parameter (skalar, reellwertig)

Dieses Ziel ist in der Realität nicht erreichbar. Sind jedoch alle Komponenten im systemtheoretischen Sinn lineare Systeme, so kann der Zusammenhang zwischen Objektfunktion f_{obj} und realer Bildfunktion $f_{b,re}$ durch ein Fredholm-Integral mit vierdimensionalem Kern

$$f_{b,re}(x,y) = \iiint_{-\infty}^{\infty} f_{obj}(x_o, y_o) \cdot h(x,y,x_o,y_o) dx_o dy_o \quad (2.2)$$

beschrieben werden. Dabei ist der Kern h die sog. "Punktbildfunktion" (PBF) (engl. "point-spread-function", PSF). Ist h ortsinvariant, d.h. gilt $h(x,y,x_o,y_o) = h(x-x_o,y-y_o)$, so wird die zweidimensionale Fourier-transformierte von $h(x,y)$

$$\begin{aligned} H(\omega_x, \omega_y) &= \iint_{-\infty}^{\infty} h(x,y) \cdot \exp [j(x \cdot \omega_x + y \cdot \omega_y)] dx dy \\ &= \mathcal{F}\{h(x,y); \omega_x, \omega_y\} \end{aligned} \quad (2.3)$$

ω_x, ω_y : Ortskreisfrequenz

als Punktübertragungsfunktion (PÜF) bezeichnet. Der Betrag von H wird in der Optik und in verwandten Gebieten auch Modulationsübertragungsfunktion (MÜF) genannt. PBF, PÜF und MÜF stellen wichtige Größen zur Charakterisierung der Abbildungseigenschaften eines linearen Abbildungssystems dar (/5/, /18/). Eine ausführliche Darstellung der grundlegenden Eigenschaften zweidimensionaler Systeme findet sich beispielsweise in /11/.

Das Modell der Abb. 2-1 ist offensichtlich in drei deutlich voneinander abgegrenzte Bereiche gegliedert: Die Komponenten (3) - (5) sind nämlich ausschließlich physikalischer Natur und somit als gegeben zu betrachten, während die Komponenten (1) und (7) - (9) vorwiegend technischer Art und somit beeinflussbar sind, wobei natürlich physikalische Randbedingungen eingehalten werden müssen. Einen Grenzfall stellen die Schallwandler (2) und (6) dar. Ihre Eigenschaften können durch mechanische Gestaltung bzw. durch elektrische Beschaltung in weiten Grenzen variiert werden (/47/). Für die vorliegende Arbeit sollen jedoch die Schallwandler als gegeben angesehen werden und fallen deshalb in den Bereich der physikalischen Komponenten. Die ingenieurwissenschaftliche Aufgabe, ein Ultraschall-Ab-

bildungssystem zu konzipieren, das Gln. (2.1) möglichst gut realisiert, läuft deshalb auf die Optimierung der Komponenten (1) und (7) - (9) hinaus. Dazu ist jedoch eine genaue Kenntnis und Analyse auch der physikalischen Komponenten erforderlich.

Im Rest dieses Kapitels soll versucht werden, mit Hilfe des Modells von Abb. 2-1 ein konventionelles, auf dem Puls-Echo-Verfahren basierendes Ultraschall-System zu analysieren, um dann aus dessen Abbildungseigenschaften Anhaltspunkte zur Verbesserung des Verfahrens herzuleiten. Ähnliche formale Beschreibungen eines Ultraschall-Systems finden sich z.B. in /49/, /50/ und /52/. Wir beschränken uns auf den wichtigen Sonderfall, in dem Sende- und Empfangswandler identisch sind, es wird also der selbe Wandler zum Aussenden des Schallpulses wie auch zum Empfangen der Echos verwendet.

2.2 Piezoelektrische Dickenschwinger

Der Schallwandler hat die Aufgabe, elektrische Energie in mechanische bzw. umgekehrt umzusetzen. In medizinischen Ultraschallanwendungen werden heute ausschließlich Wandler eingesetzt, die auf dem piezoelektrischen Effekt beruhen. Sie können wegen der Reziprozität dieses Effekts sowohl als Schallsender wie auch als Schallempfänger verwendet werden. Piezokeramische Materialien wie Blei-Zirkonat-Titanat (PZT) haben dabei wegen ihrer gleichermaßen guten Sende- und Empfangseigenschaften die weitaus größte Verbreitung. Für die nahe Zukunft ist jedoch damit zu rechnen, daß piezoelektrische Kunststoffe wie z.B. Polyvinyl-Difluorid (PVDF) an Bedeutung gewinnen werden. PVDF läßt sich in Form von flexiblen Folien herstellen und ist durch seinen akustischen Wellenwiderstand besser an Wasser angepaßt als keramische Materialien. Es besitzt eine große nutzbare Bandbreite, leider jedoch auch eine vergleichsweise geringe Empfindlichkeit.

Für die breitbandige Berechnung eines piezoelektrischen Wandlers, speziell eines Dickenschwingers, ist die Mason-Ersatzschaltung besonders geeignet (/3/, /48/, /81/). Sie behandelt den Schallwandler als elektromechanischen Sechspol, der durch passive Beschaltung des einen mechanischen

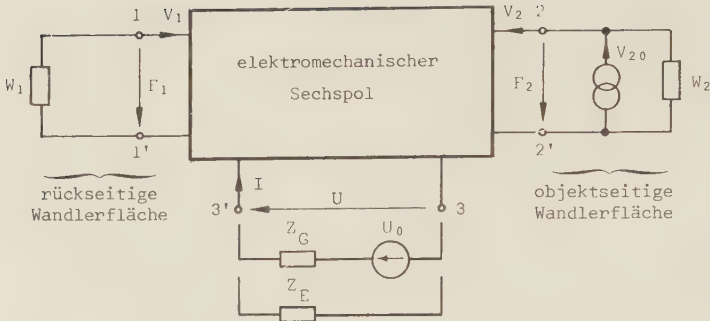


Abb. 2-2 Schallwandler als elektromechanischer Sechspol

Tores, das die rückseitige Wandlerfläche repräsentiert, zum Vierpol wird (Abb. 2-2). Aus dem Ersatzschaltbild lassen sich die Koeffizienten M_{ij} ableiten, die den Zusammenhang zwischen den elektrischen Größen Strom I und Spannung U an den elektrischen Klemmen und den mechanischen Größen Kraft F_2 und Geschwindigkeit ("Schnelle") V_2 der Wandleroberfläche beschreiben (siehe Anhang). Es gilt bei sinusförmiger Erregung mit der Frequenz ω ¹⁾

$$\begin{pmatrix} U(\omega) \\ F_2(\omega) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{11}(\omega) & M_{12}(\omega) \\ M_{21}(\omega) & M_{22}(\omega) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I(\omega) \\ V_2(\omega) \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

Die elektrischen Größen sind außerdem über die Beziehung

$$U(\omega) = U_0(\omega) - I(\omega) \cdot Z_G \quad \text{bzw.} \quad U(\omega) = -I(\omega) \cdot Z_E \quad (2.5)$$

(Z_G , Z_E ist die Generator- bzw. Empfängerimpedanz), die mechanischen über

$$F_2(\omega) = V_{20}(\omega) \cdot W_2 - V_2(\omega) \cdot W_2 \quad (2.6)$$

¹⁾ Die Begriffe "Frequenz" und "Kreisfrequenz" werden in dieser Arbeit synonym verwendet. Da in der formelmäßigen Darstellung grundsätzlich nur Kreisfrequenzen ω auftreten, ist eine Verwechslung nicht möglich. Gleiches gilt für die Begriffe "Ortsfrequenz" und "Ortskreisfrequenz" mit den Formelzeichen ω_x , ω_y usw.

miteinander verknüpft. Dabei stellt U_0 die elektrische Quelle im Sendefall und V_{20} die mechanische Quelle im Empfangsfall dar, während Z die elektrische und W_2 die mechanische Impedanz ist, mit der das jeweilige Tor abgeschlossen ist. Die mechanische Impedanz erhält man, wenn der akustische Wellenwiderstand des Mediums, in dem sich der Schallwandler befindet, mit der Wandleroberfläche multipliziert wird.

Aus den Gleichungen (2.4) und (2.5) läßt sich für den Sendefall ($V_{20}=0$) bzw. für den Empfangsfall ($U_0=0$) die jeweilige Übertragungsfunktion

$$H_S(\omega) = \frac{V_2}{U} = \frac{M_{21}}{M_{12}M_{21} - (M_{11}+Z_G)(M_{22}+W_2)} \quad (2.7)$$

beziehungsweise

$$H_E(\omega) = \frac{U}{V_{20}} = -W_2 \cdot Z_E \frac{M_{12}}{M_{12}M_{21} - (M_{11}+Z_E)(M_{22}+W_2)} \quad (2.8)$$

bestimmen. Da $M_{21} = M_{12}$ gilt (siehe Anhang), sind für gleiche Generator- und Empfängerimpedanz (Z_G, Z_E) Send- und Empfangs-Übertragungsfunktion H_S bzw. H_E bis auf den konstanten Faktor $-W_2Z_E$ gleich.

In Puls-Echo-Systemen wird i.a. ein Schallwandler durch elektronische Umschaltung abwechselnd als Schallsender und -empfänger verwendet. Um die hohen Sendespannungen von dem empfindlichen Empfängereingang fernzuhalten, führt man diesen hochohmig aus und schützt ihn meist durch antiparallele Dioden. Für $Z_E \rightarrow \infty$ erhält man aus (2.8) im sog. Leerlaufempfangsbetrieb

$$H_{EL}(\omega) = \frac{M_{12} \cdot W_2}{M_{22} + W_2} \quad (2.9)$$

Analog dazu vereinfacht sich (2.7) im Kurzschlußsendebetrieb mit $Z_G \rightarrow 0$

$$H_{SK}(\omega) = \frac{M_{21}}{M_{12}M_{21} - M_{11}M_{22} - M_{11}W_2} \quad (2.10)$$

Für diese beiden Fälle lassen sich auch die Impulsantworten $h_{EL}(t)$ und $h_{SK}(t)$ analytisch angeben (/48/).

2.3 Schallfeld eines Ultraschallwandlers im homogenen Medium

2.3.1 Schallfeld im verlustfreien Medium

Wir betrachten im folgenden einen ebenen Schallwandler, dessen Oberfläche S (ohne Einschränkung der Allgemeinheit) in der Ebene $x=0$ verlaufen und den Koordinatenursprung enthalten soll (Abb. 2-3). Es sei $\vec{r}_S$ der Ortsvektor eines kleinen Flächenstücks dS und $d/2 = \max\{|\vec{r}_S|\}$ die größte Abmessung des Wandlers. Der Zeitverlauf der Auslenkung eines solchen sog. Kolbenschwingers kann durch die normale Geschwindigkeitskomponente (Schnelle) $v_x(t) = v_2(t)$ beschrieben werden. ($v_2(t)$ ist die inverse Fouriertransformierte von $V_2(\omega)$, Gln. (2.4)). Im umgebenden (vorerst homogenen und verlustfreien) Medium mit der Schallgeschwindigkeit c_0 und der Dichte ρ_0 breitet sich dann eine Schallwelle aus, die durch das skalare Geschwindigkeitspotential $\Phi(\vec{r}, t)$ bzw. den daraus abgeleiteten Schallwechseldruck

$$p(\vec{r}, t) = \rho_0 \cdot \frac{\partial}{\partial t} \Phi(\vec{r}, t) \quad (2.11)$$

gekennzeichnet ist. Es soll nur eine reine Longitudinalwelle berücksichtigt werden. Unter den obigen Annahmen und unter der Voraussetzung, daß sich jedes infinitesimale Flächenelement dS als Quelle einer Kugelwelle interpretieren läßt (Huygens'sches Prinzip), kann das resultierende Geschwindigkeitspotential im Punkt $\vec{r}$ geschrieben werden (/46/)

$$\Phi(\vec{r}, t) = \int_0^\infty \frac{l(\vec{r}, c_0 \tau)}{2\pi\tau \cdot \sin \gamma(\vec{r}, c_0 \tau)} \cdot v_2(t-\tau) d\tau \quad (2.12)$$

Dabei ist $l(\vec{r}, c_0 t)$ die Länge der Schnittkurve L zwischen der Wandleroberfläche S und einer Kugel um $\vec{r}$ mit Radius $c_0 t$. Die Bedeutung des Winkels $\gamma(r, c_0 t)$ ist aus Abb. 2-3 ersichtlich.

Die Schnittkurve L ist bei einem ebenen Schallwandler stets ein Stück eines Kreisbogens. Sie entartet im Fernfeld des Wandlers $|\vec{r}| \gg d$ zu einem Geradenstück. Die Länge läßt sich bei einfachen Wandlergeometrien (rechteckig oder kreisförmig) aus geometrischen Überlegungen heraus analytisch berechnen: Mit der Abkürzung

$$h_{\text{rad}}(\vec{r}, t) = \frac{l(\vec{r}, c_0 t)}{2\pi t \cdot \sin[\gamma(\vec{r}, c_0 t)]} \quad (2.13)$$

ergibt sich aus (2.12)

$$\Phi(\vec{r}, t) = h_{\text{rad}}(\vec{r}, t) * v_2(t) \quad (2.14)$$

bzw. durch Fouriertransformation bezüglich t

$$\mathcal{F}\{\Phi(\vec{r}, t); \omega\} = H_{\text{rad}}(\vec{r}, \omega) \cdot V_2(\omega) \quad (2.15)$$

Schließlich folgt aus (2.11) unter Anwendung des Differentiationssatzes der Fouriertransformation

$$\begin{aligned} P(\vec{r}, \omega) &= \rho_0 \cdot j\omega \cdot \mathcal{F}\{\Phi(\vec{r}, t)\} \\ &= j\omega\rho_0 \cdot H_{\text{rad}}(\vec{r}, \omega) \cdot V_2(\omega) \end{aligned} \quad (2.16)$$

Die ortsabhängige Funktion h_{rad} wird als "Strahlungs-Impulsantwort" bezeichnet, H_{rad} entsprechend als "Strahlungs-Übertragungsfunktion". Da $j V_2(\omega)$ die Fouriertransformierte der Beschleunigung $dv_2(t)/dt$ ist, stellt h_{rad} den Druckverlauf in einem Raumpunkt dar, der aus einer impulsförmigen Beschleunigung (d.h. einer rampenförmigen Auslenkung) der Wandler-Oberfläche resultiert. Aus der Literatur sind geschlossene Lösungen für h_{rad} bei einfachen Wandlergeometrien bekannt. So wird in /45/ und /46/ h_{rad} für ebene kreisförmige, in /45/ für ebene rechteckige Schallwandler berechnet.

Der angegebene Lösungsweg liefert auch dann noch Näherungslösungen, wenn die Wandleroberfläche selbst gekrümmt ist (fokussierender Wandler). Voraussetzung ist, daß die Abmessung d und der Krümmungsradius groß gegen die auftretenden Wellenlängen sind (/44/). Unter diesen Randbedingungen wird in /43/ die Strahlungsimpulsantwort eines kreisförmigen, fokussierenden Schallwandlers berechnet.

H_{rad} kann in einen Amplituden- und einen Phasenterm aufgespalten werden

$$H_{\text{rad}}(\vec{r}, \omega) = |H_{\text{rad}}(\vec{r}, \omega)| \cdot \exp[j\varphi(\vec{r}, \omega)] \quad (2.17)$$

Ist $V_2(\omega)$ eine Funktion mit Tiefpaß- oder Bandpaßcharakteristik und variiert $|H_{\text{rad}}|$ innerhalb des Durchlaßbereichs nur wenig, so kann der Amp-

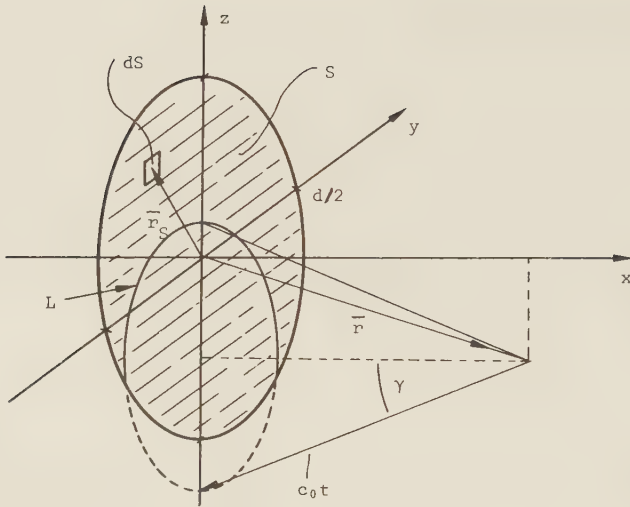


Abb. 2-3 Zur Erläuterung der Strahlungs-Übertragungsfunktion

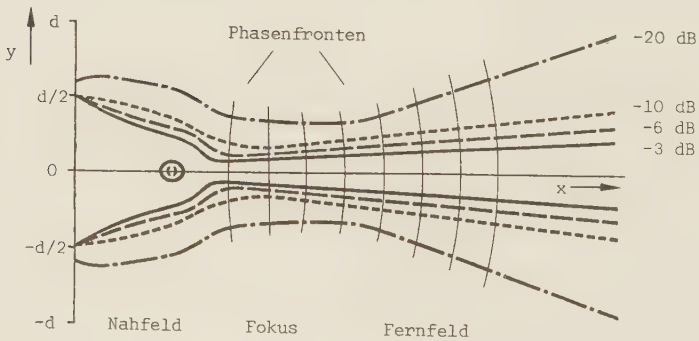


Abb. 2-4 Schallkeulenfunktion eines fokussierten, kreisförmigen Schallwandler (nach /5/, schematisch)

litudenterm näherungsweise durch einen mittleren, von ω unabhängigen Wert $\bar{H}_{\text{rad}}$ ersetzt werden (Schmalbandnäherung):

$$\bar{H}_{\text{rad}}(\vec{r}) = \frac{1}{\omega_2 - \omega_1} \cdot \int_{\omega_1}^{\omega_2} |H_{\text{rad}}(\vec{r}, \omega)| d\omega \quad (2.18)$$

wobei ω_1, ω_2 die Grenzfrequenzen des Durchlaßbandes sind.

Die ortsabhängige Funktion $\bar{H}_{\text{rad}}(\vec{r})$ ist in der Praxis relativ leicht meßbar und wird häufig als "Schallkeulenfunktion" bezeichnet. Sie ist charakteristisch für einen bestimmten Schallwandler in einem bestimmten Frequenzbereich und ein Maß für die räumliche Verteilung der Energiedichte im Schallfeld. Abb. 2-4 zeigt die Schallkeulenfunktion eines kreisförmigen, fokussierenden Wandlers in der Ebene $z=0$. (In Abb. 2-4 ist, wie in solchen Darstellungen üblich, nicht der absolute Wert von $\bar{H}_{\text{rad}}$, sondern der Abfall gegenüber dem in jeder Ebene senkrecht zur Wandlerachse auftretenden Maximalwert wiedergegeben).

Das Schallfeld zeigt 3 deutlich unterschiedliche Bereiche:

- das breite und durch starke räumliche Inhomogenitäten gekennzeichnete Nahfeld, das für Abbildungszwecke ungeeignet ist;
- eine Einschnürungszone, oder "Fokuszone", für die ein rascher Abfall von $\bar{H}_{\text{rad}}$ in y -Richtung (lateral) charakteristisch ist;
- das Fernfeld, gekennzeichnet durch eine sektorförmige Aufweitung des Schallfeldes.

Während die Phasenfronten im Fernfeld in Kugelschalen übergehen, liegen im Fokusbereich näherungsweise ebene Phasenfronten vor. Diese Tatsache in Verbindung mit dem raschen lateralen Abfall von $\bar{H}_{\text{rad}}$ in diesem Bereich macht die Fokuszone für Abbildungszwecke besonders geeignet.

Ebene, also unfokussierte Schallwandler, zeigen grundsätzlich ähnliches Verhalten wie fokussierte. Auch hier existiert eine, wenn auch bei weitem nicht so ausgeprägte Einschnürungszone, der "natürliche Fokus".

Aus der geometrischen Interpretation von $\mathcal{L}(\vec{r}, c_0 t)$ folgt, daß die Strahlungsimpulsantwort eine endliche zeitliche Länge besitzt und Werte ungleich Null nur in der Umgebung von $t=t_0$ annimmt. Dabei ist t_0 die Schalllaufzeit vom Nullpunkt zum Ort $\vec{r}=\vec{r}_0$. Der Phasenterm in (2.17) kann des-

halb nochmals in einen Laufzeitterm und einen Restterm aufgespalten werden. Die mittlere Laufzeit ist, entsprechend dem Verlauf der Phasenfronten, im Fernfeld proportional zum Abstand $|\vec{r}|$, im Fokusbereich proportional zur axialen Abstandskomponente $\vec{r} \cdot \vec{e}_x = x$. Der Phasenrestterm wird gemeinsam mit dem Amplitudenrestterm $H_{\text{rad}} / \bar{H}_{\text{rad}}$ zur Funktion H_{rad}' bzw. H_{rad}'' zusammengefaßt, so daß gilt:

$$H_{\text{rad}}(\vec{r}, \omega) = \begin{cases} \bar{H}_{\text{rad}}(\vec{r}) \cdot \exp(-j\omega|\vec{r}|/c_0) \cdot H'_{\text{rad}}(\vec{r}, \omega) & (\text{im Fernfeld}) \\ \bar{H}_{\text{rad}}(\vec{r}) \cdot \exp(-j\omega x/c_0) \cdot H''_{\text{rad}}(\vec{r}, \omega) & (\text{im Fokusbereich}) \end{cases} \quad (2.19)$$

H_{rad}' bzw. H_{rad}'' kann im allgemeinen mit recht guter Näherung zu 1 gesetzt werden. Damit folgt schließlich für den Druck $P(\vec{r}, \omega)$

$$P(\vec{r}, \omega) \approx \begin{cases} j\omega\rho_0 \cdot \bar{H}_{\text{rad}}(\vec{r}) \cdot V_2(\omega) \cdot \exp(j\omega|\vec{r}|/c_0) & (\text{Fernfeld}) \\ j\omega\rho_0 \cdot \bar{H}_{\text{rad}}(\vec{r}) \cdot V_2(\omega) \cdot \exp(j\omega x/c_0) & (\text{Fokus}) \end{cases} \quad (2.20)$$

bzw. im Zeitbereich

$$p(\vec{r}, t) \approx \begin{cases} \rho_0 \cdot \bar{H}_{\text{rad}}(\vec{r}) \cdot \partial/\partial t [v_2(t - |\vec{r}|/c_0)] & (\text{Fernfeld}) \\ \rho_0 \cdot \bar{H}_{\text{rad}}(\vec{r}) \cdot \partial/\partial t [v_2(t - x/c_0)] & (\text{Fokus}) \end{cases} \quad (2.21)$$

Der zeitliche Verlauf des Drucks p in einem Raumpunkt $\vec{r}$ ist also proportional der um die Schall-Laufzeit $|\vec{r}|/c_0$ bzw. x/c_0 verzögerten Beschleunigung dv_2/dt der Schallwandler-Oberfläche.

2.3.2 Ausbreitung von Ultraschall in Gewebe

Wir wollen nun untersuchen, wie sich das Schallfeld eines Wandlers in einem verlustbehafteten Medium, wie z.B. Gewebe, verändert. Die Wechselwirkungen zwischen biologischem Gewebe und Schall lassen sich physikalisch aus den Eigenschaften eines isotropen, viskoelastischen Mediums herleiten. Ein solches Medium ist charakterisiert durch seine Dichte ρ , seinen Kompressionsmodul K und seinen Schermodul G . Während ρ näherungs-

weise eine reellwertige Konstante darstellt, sind bei sinusförmiger Schallerregung sowohl K als auch G komplex und frequenzabhängig. Bei Annahme eines geeigneten Modells ("Voigt-Modell", siehe z.B. /56/) lassen sich aus obigen Größen die Schallgeschwindigkeit c und der Absorptionskoeffizient α im Gewebe bestimmen. Man erhält (/54/,/56/)

$$c^2 = \frac{1}{\rho} \cdot \operatorname{Re} \left\{ K + \frac{4}{3} G \right\} \quad (2.23)$$

$$\alpha = \frac{\omega}{2\rho c^3} \cdot \operatorname{Im} \left\{ K + \frac{4}{3} G \right\} \quad (2.24)$$

Die Imaginärteile von K bzw. G kennzeichnen die Energieumwandlung im Medium aufgrund von innerer Reibung, die "Viskosität". Andere Verlustmechanismen, wie z.B. Wärmeleitung, spielen in Flüssigkeiten nur eine untergeordnete Rolle und können vernachlässigt werden (/4/,/57/).

Die Frequenzabhängigkeit von K und G bei weichem Gewebe läßt sich mit guter Genauigkeit durch die Annahme einer einzigen Relaxationsfrequenz ω_r beschreiben (z.B. /55/,/56/)

$$K(\omega) = K_1 + K_2 \frac{(\omega/\omega_r)^2}{1+(\omega/\omega_r)^2} + jK_2 \frac{(\omega/\omega_r)}{1+(\omega/\omega_r)^2} \quad (2.25)$$

$$G(\omega) = G_1 + j G_1 (\omega/\omega_r) \quad (2.26)$$

Die Konstanten K_1 , K_2 , G_1 und ω_r lassen sich aus (2.23) bzw. (2.24) in verschiedenen Gewebearten meßtechnisch bestimmen. Es zeigt sich, daß für weiches Gewebe die Relaxationsfrequenz etwa im Bereich 1...3 MHz liegt, also ungefähr im Bereich von diagnostischem Ultraschall. Da bei Gewebe $K_1 \gg K_2$ und K_2 immer noch um den Faktor 10..20 größer als G_1 ist, ergibt sich aus (2.23) eine vernachlässigbare Frequenzabhängigkeit der Schallgeschwindigkeit (/54/). Bei der Absorption spielt die Scherviskosität $\operatorname{Im}\{G\}$ zumindest für niedrige Frequenzen bis in den Bereich der Relaxationsfrequenz eine untergeordnete Rolle. Bei Vernachlässigung von G_1 gegen K_2 erhält man somit für die Frequenzabhängigkeit der Dämpfung aus (2.24)

$$\alpha(\omega) \approx \alpha_1 \omega \cdot \frac{\omega/\omega_r}{1 + (\omega/\omega_r)^2} \quad (2.27)$$

mit $\alpha_1 = K_2/2\rho c^3$. Der Verlauf von $\alpha(\omega)$ ist in Abb. (2.5) dargestellt. In der Nähe der Relaxationsfrequenz steigt α etwa linear mit der Frequenz.

Für weiches Gewebe liegt α_1 etwa bei $2 \text{ dB cm}^{-1} \text{ MHz}^{-1}$. Die Amplitude einer sinusförmigen Druckwelle wird beim Durchlaufen eines Gewebestücks der Dicke $|\vec{r}|$ um

$$P(\vec{r}, \omega) = P(\vec{0}, \omega) \cdot \exp[-\alpha(\omega) \cdot |\vec{r}|] \quad (2.28)$$

gedämpft und für die Amplitudenübertragungsfunktion des Gewebes folgt so

$$H_{\text{gew}}(\vec{r}, \omega) = \exp[-\alpha(\omega) \cdot |\vec{r}|] \quad (2.29)$$

mit $\alpha(\omega)$ nach Gln. (2.27).

Das Schallfeld eines Wandlers im homogenen (d.h. ρ, K, G ortsunabhängig), aber verlustbehafteten Medium (d.h. $\text{Im}\{k\} \neq 0, \text{Im}\{G\} \neq 0$) läßt sich in erster Näherung für großen Abstand vom Wandler durch einfache Serienschaltung der Strahlungs-Übertragungsfunktion H_{rad} (Gln. (2.20)) mit der Gewebe-Übertragungsfunktion H_{gew} (Gln. (2.29)) beschreiben. Aus (2.16) bis (2.18) erhält man so

$$P(\vec{r}, \omega) = j\omega p_0 \cdot \bar{H}_{\text{rad}}(\vec{r}) \cdot e^{-j\varphi(\vec{r}, \omega)} \cdot H_{\text{gew}}(\vec{r}, \omega) \cdot V_2(\omega) \quad (2.30)$$

Ist diese Approximation zu ungenau, so kann die Gewebe-Übertragungsfunktion bereits als zusätzlicher Korrekturfaktor in den Integranden von Gln. (2.12) mit einbezogen werden.

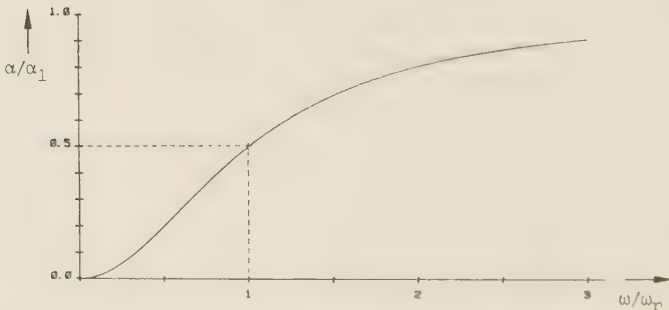


Abb. 2-5 Dämpfung in Gewebe als Funktion der Frequenz bei nur einer Relaxationsfrequenz

Verschiedene Autoren betonen den teilweise anisotropen Charakter von Gewebe. Besonders faseriges Muskelgewebe zeigt erhebliche Unterschiede der akustischen Eigenschaften für Schallausbreitung längs der Muskelfasern bzw. quer dazu (z.B. /39/,/56/). Ähnliche Verhältnisse liegen im Knochen vor. Die Abbildung im Knochen wird dadurch weiter erschwert, daß nicht nur Longitudinal-, sondern auch Scherwellen ausbreitungsfähig sind. Sowohl Anisotropie als auch Ausbreitung von Scherwellen sollen im weiteren unberücksichtigt bleiben.

2.4 Modell des Streuverhaltens von biologischem Gewebe

Eine räumliche Variation von ρ , G und K (und damit von c) bewirkt nach der Theorie der Schallausbreitung in inhomogenen Medien eine Schallstreuung. Die Wellengleichung für den Schalldruck p in inhomogenen, aber verlustlosen Medien lautet (/1/,/2/)

$$\rho(\vec{r}) \cdot \operatorname{div}\left(\frac{1}{\rho(\vec{r})} \cdot \nabla p(\vec{r}, t)\right) - \frac{1}{c^2(\vec{r})} \cdot \frac{\partial^2 p(\vec{r}, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (2.31)$$

Durch Aufspaltung des 1. Terms erhält man

$$\operatorname{div}(\nabla p(\vec{r}, t)) + \rho(\vec{r}) \cdot \left(\nabla \frac{1}{\rho(\vec{r})} \cdot \nabla p(\vec{r}, t)\right) - \frac{1}{c^2(\vec{r})} \cdot \frac{\partial^2 p(\vec{r}, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (2.32)$$

Dabei werden sowohl die Dichte ρ wie auch die Schallgeschwindigkeit c als ortsabhängige Größen angenommen. ρ und c sollen dabei nur innerhalb eines begrenzten Volumens V von den konstanten Werten ρ_0 und c_0 außerhalb abweichen. Wir drücken nun die Ortsabhängigkeit von ρ durch die dimensionslose relative Abweichung f_ρ aus:

$$f_\rho(\vec{r}) = \frac{\rho(\vec{r}) - \rho_0}{\rho_0} \simeq \frac{\rho(\vec{r}) - \rho_0}{\rho(\vec{r})} \quad (2.33)$$

Die rechte Beziehung gilt, falls die Abweichungen $\rho - \rho_0$ viel kleiner als ρ_0 sind. Analog dazu wird f_c definiert als

$$f_c(\vec{r}) = \frac{c(\vec{r}) - c_0}{c_0} \quad (2.34)$$

Für $1/c^2$ erhält man somit

$$\frac{1}{c^2(\vec{r})} = \frac{1}{c_0^2} \cdot \frac{1}{(1+f_c(\vec{r}))^2} = \frac{1}{c_0^2} \cdot (1 - 2f_c(\vec{r}) + \dots) \quad (2.35)$$

Bei hinreichend kleinen Abweichungen der Schallgeschwindigkeit läßt sich die Reihenentwicklung in (2.35) nach dem linearen Term abbrechen. Durch Einsetzen von (2.34) und (2.35) in (2.32) erhält man nach einigen einfachen Umformungen

$$\nabla^2 p(\vec{r}, t) + \frac{\rho(\vec{r})}{\rho_0} [\nabla(1-f_c(\vec{r})) \cdot \nabla p(\vec{r}, t)] - \frac{1}{c_0^2} (1-2f_c(\vec{r})) \cdot \frac{\partial^2 p(\vec{r}, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (2.36)$$

Mit der bereits oben verwendeten Vernachlässigung $\rho/\rho_0 \approx 1$ resultiert nach Umstellung

$$\nabla^2 p(\vec{r}, t) - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p(\vec{r}, t)}{\partial t^2} = \nabla f_c(\vec{r}) \cdot \nabla p(\vec{r}, t) - \frac{2}{c_0^2} f_c(\vec{r}) \cdot \frac{\partial^2 p(\vec{r}, t)}{\partial t^2} \quad (2.37)$$

Durch die Annahme eines zeitharmonischen Drucks $p(\vec{r}, t) = P(\vec{r}, \omega) \cdot \exp(j\omega t)$ vereinfacht sich Gln. (2.37) zu

$$\nabla^2 P(\vec{r}, \omega) + k_0^2 P(\vec{r}, \omega) = \nabla f_c(\vec{r}) \cdot \nabla P(\vec{r}, \omega) + 2k_0^2 f_c(\vec{r}) \cdot P(\vec{r}, \omega) \quad (2.38)$$

wobei $k_0 = \omega/c_0$ die Wellenzahl im homogenen Medium bedeutet. Gln.(2.38) stellt eine homogene Differentialgleichung für den Druck P dar. Offensichtlich verschwindet im Fall eines homogenen Mediums die rechte Seite von (2.38) und man erhält als Wellengleichung für den Druck die homogene Helmholtz-Differentialgleichung

$$\nabla^2 P_i(\vec{r}, \omega) + k_0^2 P_i(\vec{r}, \omega) = 0 \quad (2.39)$$

Im Fall eines inhomogenen Mediums addiert sich nun zu der sich im homogenen Medium einstellenden Druckverteilung P_i ein zusätzlicher, durch Streuung an den Inhomogenitäten hervorgerufenener Anteil P_s , so daß der gesamte Druck P geschrieben werden kann als

$$P(\vec{r}, \omega) = P_i(\vec{r}, \omega) + P_s(\vec{r}, \omega) \quad (2.40)$$

Für ein schwach streuendes Medium gilt $|P_s| \ll |P_i|$. Vernachlässigt man deshalb auf der rechten Seite von Gln. (2.38) P_s gegen P_i (sogen. Born-Approximation), und berücksichtigt auf der linken Seite Gln. (2.39), so geht Gln. (2.38) über in

$$\nabla^2 P_S(\vec{r}, \omega) + k_0^2 P_S(\vec{r}, \omega) = \nabla f_\rho(\vec{r}) \cdot \nabla P_i(\vec{r}, \omega) + 2k_0^2 f_C(\vec{r}) \cdot P_i(\vec{r}, \omega) = f(\vec{r}, \omega) \quad (2.41)$$

Eine derartige inhomogene Differentialgleichung läßt sich mit Hilfe der Green'schen Funktion in eine entsprechende Integralgleichung umformen, und man erhält

$$P_S(\vec{r}, \omega) = \iiint_V f(\vec{r}, \omega) \cdot g_\omega(\vec{r}|\vec{r}_0) dV_0 \quad (2.42)$$

wobei $\vec{r}_0$ ein auf das kleine Volumenelement dV_0 weisender Ortsvektor ist und sich das Integral über das gesamte, von der Inhomogenität erfüllte Volumen V erstreckt. Für den unbegrenzten, dreidimensionalen Raum ist die Green'sche Funktion von Gl.n.(2.41) die vom Punkt $\vec{r}_0$ ausgehende Kugelwelle

$$g_\omega(\vec{r}|\vec{r}_0) = \frac{1}{4\pi R} \cdot e^{jk_0 R} \quad \text{mit } R = |\vec{r} - \vec{r}_0| \quad (2.43)$$

Es ergibt sich somit letztlich

$$\begin{aligned} P_S(\vec{r}, \omega) &= 2k_0^2 \iiint_V f_C(\vec{r}) \cdot P_i(\vec{r}, \omega) \cdot g_\omega(\vec{r}|\vec{r}_0) dV_0 + \iiint_V \nabla f_\rho(\vec{r}) \cdot \nabla P_i(\vec{r}, \omega) \cdot g_\omega(\vec{r}|\vec{r}_0) dV_0 \\ &= P_C(\vec{r}, \omega) + P_\rho(\vec{r}, \omega) \end{aligned} \quad (2.44)$$

Die gestreute Welle setzt sich offenbar wiederum aus zwei Anteilen zusammen, nämlich der Streuung an Inhomogenitäten der Schallgeschwindigkeit und unabhängig davon einer Streuung an örtlichen Abweichungen der Dichte. Da $g_\omega(\vec{r}|\vec{r}_0) = g_\omega(\vec{r} - \vec{r}_0)$ verschiebungsinvariant ist, sind beide Integrale in (2.44) Faltungsintegrale, d.h. jeder Punkt $\vec{r}_0$, an dem f_C bzw. ∇f_ρ ungleich Null ist, strahlt eine Kugelwelle der Amplitude $2k_0 f_C P_i$ bzw. $\nabla f_\rho \cdot \nabla P_i$ ab. Die Kugelwellen von allen Streupunkten addieren sich im Beobachtungspunkt $\vec{r}$ zum resultierenden Gesamtdruck $P(\vec{r}, \omega)$.

Die beiden Streuanteile zeigen deutlich unterschiedliches Verhalten: Während die Streuung an Inhomogenitäten der Schallgeschwindigkeit proportional zum Quadrat der Frequenz und proportional zur Abweichung der Schallgeschwindigkeit im betreffenden Punkt erfolgt, ist die Streuung aufgrund variierender Dichte frequenzunabhängig, hängt aber von der Richtung zwischen einfallender Welle und dem Gradienten der Dichteänderung ab.

Ein stark vereinfachtes Modell der Streuung im inhomogenen Medium erhält man, wenn man nur den Streuanteil betrachtet, der aus den Inhomogenitäten der Schallgeschwindigkeit resultiert, und diesen in einem gewissen Frequenzbereich als konstant ansieht (Schmalbandnäherung). Die Streuung wird dann nur durch einen ortsabhängigen Parameter $\mu(\vec{r})=f_c$ beschrieben

$$P_S(\vec{r}, \omega) = \iiint_V \mu(\vec{r}_0) \cdot P_I(\vec{r}_0, \omega) \cdot g_\omega(\vec{r}|\vec{r}_0) d\vec{r}_0 \quad (2.45)$$

Die Größe μ wird gelegentlich als "Reflektivität" bezeichnet.

2.5 Empfängerschallwandler

Der Empfang einer Druckwelle durch einen Schallwandler läßt sich in völliger Analogie zu Abschnitt 2.3 behandeln (vgl. Abb. 2-3). Es wird dazu der Fall betrachtet, daß im Raumpunkt $\vec{r}=\vec{r}_0$ zur Zeit $t=0$ eine pulsförmige Druckwelle erregt wird, die sich als Kugelwelle ausbreitet. Trifft die Druckwelle auf die Schallwandler-Oberfläche, so wird diese ausgelenkt. Der Einfachheit halber wird die selbe Schallwandler-Anordnung wie in Abschnitt 2.3.1 angenommen. $a(\vec{r}_S, t)$ sei die Normalkomponente der Beschleunigung eines kleinen Flächenelements dS des Schallwandlers. Die "gemittelte Beschleunigung" der Wandleroberfläche ergibt sich dann zu

$$\bar{a}(t) = \frac{1}{S} \iint_S a(\vec{r}_S, t) dS_S \quad (2.46)$$

wobei unterstellt wird, daß sich jedes Flächenelement unabhängig von anderen bewegen kann. Aus geometrischen Überlegungen folgt unmittelbar, daß $\bar{a}(t)$ bei pulsförmiger Druckerregung im Punkt $\vec{r}_0$ den selben Verlauf aufweist wie der Druck in $\vec{r}_0$ bei pulsförmiger Beschleunigung der Schallwandler-Oberfläche (siehe Abschn. 2.3.1). Wie bei Gl.n.(2.5) erhält man

$$\bar{a}(\vec{r}_0, t) = \text{const} \cdot p(\vec{r}_0, t) * h_{\text{rad}}(\vec{r}_0, t) \quad (2.47)$$

Durch Fouriertransformation ergibt sich

$$\bar{A}(\vec{r}_0, \omega) = \text{const} \cdot P(\vec{r}_0, \omega) \cdot H_{\text{rad}}(\vec{r}_0, \omega) \quad (2.48)$$

und da für die "gemittelte Schallschnelle" $\bar{v}(\vec{r}_0, t)$ gilt

$$\vec{v}(\vec{r}_0, t) = \int_{-\infty}^t \vec{a}(\vec{r}_0, \tau) d\tau \quad (2.49)$$

folgt schließlich mit Hilfe des Integrationssatzes der Fouriertransformation

$$\vec{V}(\vec{r}_0, \omega) = \text{const}/j\omega \cdot \vec{P}(\vec{r}_0, \omega) \cdot H_{\text{rad}}(\vec{r}_0, \omega) \quad (2.50)$$

Die Strahlungs-Übertragungsfunktion H_{rad} stellt also im Empfangsfall die Empfindlichkeit des Wandlers für eine vom Punkt $\vec{r}_0$ ausgehende Kugelwelle mit sinusförmigem Zeitverlauf dar.

Die selben Überlegungen, die in 2.3.1 hinsichtlich der multiplikativen Aufspaltung der Strahlungs-Übertragungsfunktion in einen Laufzeiterm, den mittleren Amplitudenterm und einen Restterm angestellt wurden, lassen sich auch im Empfangsfall genauso anwenden. Das gleiche gilt für die Einbeziehung der frequenzabhängigen Dämpfung des Gewebes nach Gln.(2.29). Man kommt so schließlich zu einem Ausdruck für $\vec{V}(\vec{r}_0, \omega)$

$$\vec{V}(\vec{r}_0, \omega) = \text{const}/j\omega \cdot \vec{H}_{\text{rad}}(\vec{r}_0) \cdot e^{j\varphi(\vec{r}_0, \omega)} \cdot H_{\text{gew}}(\vec{r}_0, \omega) \cdot \vec{P}(\vec{r}_0, \omega) \quad (2.51)$$

der aus Gln. (2.30) im wesentlichen durch Vertauschen von Druck und Geschwindigkeit hervorgeht.

Die Geschwindigkeit der Oberfläche ist schließlich mit der an den Klemmen des Schallwandlers abgegebenen elektrischen Spannung verknüpft über die Übertragungsfunktion $H_E(\omega)$, die bereits in Abschnitt 2.2 aus dem Mason-Ersatzschaltbild berechnet wurde (Gln.(2.8)). Es gilt somit für die Empfängerspannung

$$U_E(\vec{r}_0, \omega) = H_E(\omega) \cdot \vec{V}(\vec{r}_0, \omega) \quad (2.52)$$

2.6 Bilderzeugung

In den vorangegangenen Abschnitten wurde gezeigt, daß die einzelnen physikalischen Komponenten eines Ultraschall-Abbildungssystems selbst lineare Systeme darstellen und jeweils durch eine Übertragungsfunktion be-

geschrieben werden können. Damit läßt sich nun eine Gesamtübertragungsfunktion für den physikalischen Teil eines solchen Abbildungssystems aufstellen. Wir setzen dazu zunächst voraus, daß die Reflektivität nur aus einem Streupunkt am Ort $\vec{r}_0$ besteht

$$\mu(\vec{r}) = \mu_0 \cdot \delta(\vec{r} - \vec{r}_0)$$

Die Druckamplitude P_i im Punkt $\vec{r}_0$ bei Ansteuerung des Schallwandlers mit dem elektrischen Sendesignal $U_0(\omega)$ ergibt sich aus Gleichung (2.30) zu

$$P_i(\vec{r}_0, \omega) = j\omega\rho_0 \cdot H_{\text{rad}}(\vec{r}_0, \omega) \cdot H_{\text{gew}}(\vec{r}_0, \omega) \cdot H_S(\omega) \cdot U_0(\omega) \quad (2.53)$$

mit der Strahlungsübertragungsfunktion $H_{\text{rad}} = \mathcal{F}\{h_{\text{rad}}\}$ nach Gl.n. (2.13), der Gewebeübertragungsfunktion H_{gew} nach Gl.n. (2.29) und der elektrischen Übertragungsfunktion H_S nach Gl.n. (2.7) bzw. (2.8). Wegen (2.45) ist die von $\vec{r}_0$ ausgehende Streuwelle proportional zur einfallenden Welle P_i und zur Reflektivität $\mu_0(\vec{r}_0)$, so daß sich schließlich als elektrische Ausgangsspannung am Empfangsschallwandler nach Gl.n.(3.51) und (3.52) ergibt

$$U_E(\vec{r}_0, \omega) = \mu_0 \cdot \text{const}/j\omega \cdot H_{\text{rad}}(\vec{r}_0, \omega) \cdot H_{\text{gew}}(\vec{r}_0, \omega) \cdot H_E(\omega) \cdot P_i(\vec{r}_0, \omega) \quad (2.54)$$

Die Gesamtübertragungsfunktion des akustischen (physikalischen) Teils in Abhängigkeit von der Frequenz ω und dem Ort $\vec{r}_0$ eines einzelnen punktförmigen Objekts

$$H_{\text{ph0}}(\vec{r}_0, \omega) = \frac{U_E}{U_0} = k_1 \cdot H_{\text{rad}}^2(\vec{r}_0, \omega) \cdot H_{\text{gew}}^2(\vec{r}_0, \omega) \cdot H_{SE}(\omega) \cdot \mu_0 \quad (2.55)$$

erhält man durch Kombination von (2.53) und (2.54), wobei k_1 alle auftretenden Konstanten enthält und H_{SE} durch Zusammenfassung der beiden Wandler-Übertragungsfunktionen H_S und H_E entsteht. Diese Funktion H_{ph0} wird in der englischen Literatur gelegentlich als "round-trip system response" bezeichnet (/53/).

Wegen der linearen Überlagerung der von den einzelnen Streupunkten ausgehenden Kugelwellen folgt bei Vorliegen einer nicht punktförmigen, sondern räumlich ausgedehnten Objektfunktion $\mu(\vec{r}_0)$ schließlich

$$H_{\text{ph}}(\omega) = k_1 \cdot H_{SE}(\omega) \cdot \iiint_{-\infty}^{\infty} \mu(\vec{r}_0) \cdot H_{\text{rad}}^2(\vec{r}_0, \omega) \cdot H_{\text{gew}}^2(\vec{r}_0, \omega) \, d\vec{r}_0 \quad (2.56)$$

Wie bereits in den vorangegangenen Abschnitten ausgeführt wurde, weist Gln. (2.56) im wesentlichen zwei Vernachlässigungen auf: Zum einen hängt die Reflektivität μ im allgemeinen außer vom Ort $\vec{r}_0$ auch von der Frequenz ω ab und ist selbst wiederum eine komplizierte Funktion verschiedener Schallfeld- und Gewebeparameter (vgl. 2.4). Zum anderen ist die multiplikative Einbeziehung der Gewebe-Übertragungsfunktion H_{gew} nur bei einer starken Vereinfachung der realen Verhältnisse gerechtfertigt (vgl. 2.3.2). Letzteres dürfte allerdings in der Praxis keinen wesentlichen Fehler verursachen. Abgesehen von diesen Vernachlässigungen gilt (2.56) allgemein, d.h. insbesondere bei beliebigem $\mu(\vec{r})$. (Für die Strahlungs-Übertragungsfunktion wurden in (2.56) keine Vernachlässigungen angesetzt).

Die Tatsache, daß H_{ph} nicht nur von der Frequenz ω , sondern implizit auch von der Reflektivität $\mu(\vec{r})$ abhängt, ermöglicht grundsätzlich die Rekonstruktion der Objektverteilung aus Ultraschall-Reflexionsmessungen. Wie bereits im 1. Kapitel erwähnt, existieren dazu eine ganze Reihe von Konzepten. Allen gemeinsam ist die Notwendigkeit einer zusätzlichen Relativbewegung zwischen Wandler und Objekt (mechanische Abtastung) und/oder die gezielte Veränderung von H_{rad} (elektronischer Strahlschwenk), um Mehrdeutigkeiten bei der Ortsbestimmung der Streupunkte zu eliminieren. Im Rahmen dieser Arbeit soll lediglich das konventionelle B-Scan-Prinzip erörtert werden. Andere Verfahren (z.B. synthetische Apertur) lassen sich im Prinzip auf ähnliche Weise beschreiben.

Die wesentliche Voraussetzung zur Anwendung des B-Scan-Konzepts ist die Forderung, daß die Schallkeulenfunktion $\bar{H}_{\text{rad}}(\vec{r})$ (Gln. (2.19)) und damit $H_{\text{rad}}(\vec{r}, \omega)$ lediglich in einer dünnen Schicht um die Ebene $z=0$ wesentlich von Null verschiedene Werte aufweist, daß also mit einem in z -Richtung scharf gebündelten Schallstrahl gearbeitet wird. Ändert sich die Objektverteilung senkrecht zu dieser Ebene innerhalb der Schichtdicke nur wenig, so kann die räumliche Verteilung von μ durch scheibenweise Rekonstruktion zueinander paralleler Ebenen wiedergewonnen werden. Damit reduziert sich das zunächst dreidimensionale Rekonstruktionsproblem auf ein zweidimensionales. Im weiteren werden nur noch zweidimensionale Objektverteilungen und deren Rekonstruktion betrachtet. Dies soll formal durch die Schreibweise $f(x, y)$ für eine in der Ebene $z=z_0$ definierte Funktion anstelle der entsprechenden räumlichen Funktion $f(\vec{r})$ zum Ausdruck kommen.

Neben der lediglich zweidimensionalen Auswertung läßt sich Gln. (2.56) durch Einführung weiterer (technisch relevanter) Einschränkungen vereinfachen. Als erste wurde bereits die Schmalbandnäherung genannt. Weiterhin soll angenommen werden, daß sich die Objektverteilung im Fokusbereich des Wandlers befindet und daß die größte Ausdehnung der Objektverteilung klein gegenüber dem mittleren Abstand vom Schallwandler ist. Ersteres bedeutet, daß die Anwendung der Fokusbereichsnäherung (2.19) für die Strahlungs-Übertragungsfunktion zulässig ist; letzteres erlaubt es, statt der Gewebe-Übertragungsfunktion $H_{\text{gew}}(r_0, \omega)$ nach Gln. (2.56) näherungsweise eine entfernungsunabhängige, mittlere Übertragungsfunktion $\bar{H}_{\text{gew}}(\omega)$ anzusetzen. Es folgt

$$\begin{aligned} H_{\text{ph}}(\omega) &= k_1 \cdot H_{\text{SEG}}(\omega) \cdot \bar{H}_{\text{gew}}^2(\omega) \cdot \iint_{-\infty}^{\infty} \mu(x, y) \cdot \bar{H}_{\text{rad}}^2(x, y) \cdot e^{-j2\omega x/c_0} dx dy \\ &= k_1 \cdot H_{\text{SEG}}(\omega) \cdot \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j2\omega x/c_0} \cdot \left[\int_{-\infty}^{\infty} \mu(x, y) \cdot \bar{H}_{\text{rad}}^2(x, y) dy \right] dx \end{aligned} \quad (2.57)$$

mit $H_{\text{SEG}} = H_{\text{SE}} \cdot \bar{H}_{\text{gew}}^2$. Die entsprechenden Beziehungen für die Impulsantwort der zusammengefaßten physikalischen Komponenten ergeben sich durch inverse Fouriertransformation zu

$$\begin{aligned} h_{\text{ph}}(t) &= k_1 \cdot h_{\text{SEG}}(t) * \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-2x/c_0) \cdot \left[\int_{-\infty}^{\infty} \mu(x, y) \cdot \bar{H}_{\text{rad}}^2(x, y) dy \right] dx \\ &= k_1 \cdot h_{\text{SEG}}(t) * \int_{-\infty}^{\infty} \mu(x=c_0 t/2, y) \cdot \bar{H}_{\text{rad}}^2(x=c_0 t/2, y) dy \end{aligned} \quad (2.58)$$

In vielen praktischen Anwendungsfällen kann ferner davon ausgegangen werden, daß H_{rad} von x unabhängig ist. (Zumindest kann das durch geeignete technische Maßnahmen, wie z.B. tiefenabhängige Verstärkung, mit guter Näherung erreicht werden). Mit der Abkürzung $H_{\text{rad}}(x, y) = h_{\text{By}}(y)$ vereinfacht sich (2.58) damit weiter zu

$$h_{\text{ph}}(t) = k_1 \cdot h_{\text{SEG}}(t) * \int_{-\infty}^{\infty} \mu(x=c_0 t/2, y) \cdot h_{\text{By}}(y) dy \quad (2.59)$$

Diese Gleichung läßt sich sehr anschaulich interpretieren: Das Integral beschreibt eine mathematische Parallelprojektion der mit der Schallkeulenfunktion gewichteten Objektfunktion auf die x -Achse. Diese Ortsfunktion wird durch entsprechende Skalierung über die Schallgeschwindigkeit c_0 in eine Zeitfunktion umgewandelt und dann mit einer weiteren, nicht von der Objektfunktion abhängigen Zeitfunktion h_{SEG} gefaltet. Das Resultat ist das elektrische Ausgangssignal des Empfängerwandlers bei pulsför-

miger Erregung des Senders. Die elektrische Ausgangsspannung bei beliebiger Sendefunktion folgt aus (2.59) durch Faltung mit u_0

$$u_E(t) = h_{BX}(c_0 t/2) * \int_{-\infty}^{\infty} \mu(x=c_0 t/2, y) \cdot h_{BY}(y) dy \quad (2.60)$$

wobei $h_{BX}(c_0/2 \cdot t) = k_1 \cdot u_0(t) * h_{SEG}(t)$ gesetzt wurde.

Setzt man in (2.56) im übrigen nicht die Fokusbereichsnäherung für H_{rad} ein, sondern die Fernfeldnäherung, so ergibt sich eine weitgehend ähnliche Beziehung wie (2.60). Der Unterschied besteht darin, daß die Integration dann nicht längs einer Geraden parallel zur y -Achse, sondern auf einem Kreisbogen um den Ursprung erfolgt.

Für die weiteren Betrachtungen wird die in Abb. 2-6 skizzierte Anordnung zugrundegelegt. Alle mit dem Wandler gekoppelten Größen (z.B. die Strahlungs-Übertragungsfunktion) werden im Koordinatensystem 1 gemessen und durch die Koordinaten $(\hat{t}, u)$ gekennzeichnet, während das Koordinatensystem 2 mit den zugehörigen Koordinaten (x, y) fest an die Objektverteilung gebunden ist. Die beiden Koordinatensysteme können gegeneinander um $(\hat{t}_V, u_V)$

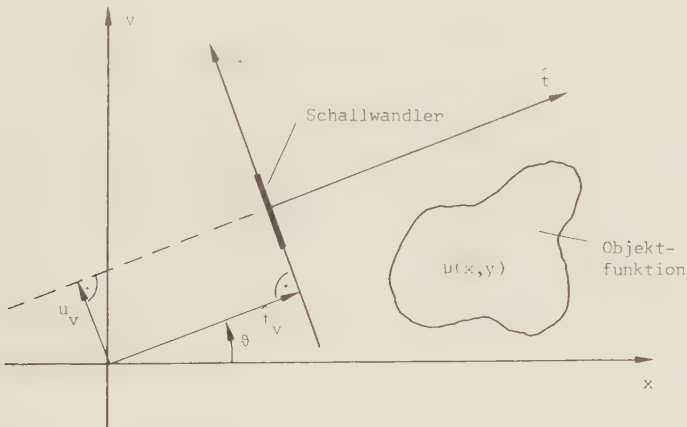


Abb. 2-6 Skizze des objekt- und wandlerbezogenen Koordinatensystems

verschoben und die beiden Einheitsvektoren $\vec{e}_x$ und $\vec{e}_t$ können um den Winkel ϑ gedreht sein. Ganz allgemein ist der Zusammenhang zwischen den Koordinaten über die Beziehung gegeben

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \vartheta & -\sin \vartheta \\ \sin \vartheta & \cos \vartheta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \hat{t} - \hat{t}_v \\ u - u_v \end{pmatrix} \quad (2.61)$$

In diesem Fall wird $u_E = u_E(t, \hat{t}_v, u_v, \vartheta)$ eine Funktion des Wandlerorts und der Wandlerorientierung

$$u_E(t, \hat{t}_v, u_v, \vartheta) = H_{Bx}(c_0 t/2) * \int_{-\infty}^{\infty} \mu(x, y) \cdot \delta(\hat{t} - 2t/c_0) \cdot h_{By}(u) du \quad (2.62)$$

Die Erzeugung eines B-Bildes $b(x, y)$ erfolgt nun, indem einer oder mehrere der Parameter $\hat{t}_v$, u_v und ϑ so variiert werden, daß die Wandlerachse (also die Gerade $u=0$) den von der Objektfunktion erfüllten Teil der Ebene geschlossen und mehrdeutigkeitsfrei überstreicht (mehrdeutigkeitsfrei bedeutet, daß kein Punkt mehrfach überstrichen wird). Die Werte der gemessenen Empfangsfunktion $u_E(t, \hat{t}, u, \vartheta)$ werden dann in jeder Stellung des Schallwandlers den Bildwerten längs der Geraden $u=0$ zugeordnet.

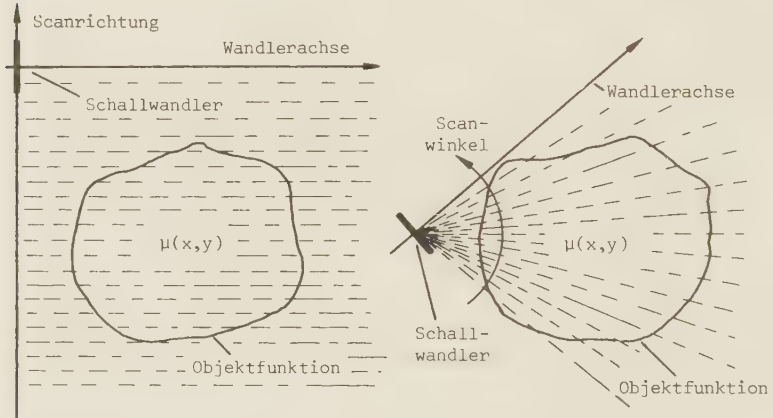


Abb. 2-7 Schematische Darstellung von Parallelscan (links) und Sektorscan (rechts)

Die wichtigsten Arten der Abtastung sind der sogen. "Parallelscan" mit $\hat{t}_V = \text{const}$ und $\vartheta = \text{const}$, sowie der "Sektorscan" mit $\hat{t}_V = \text{const}$ und $u_V = 0$ (vgl. Abb. 2-7).

Im Fall, daß die jeweiligen Konstanten $\hat{t}_V$ und ϑ bzw. u_V gleich Null sind, gilt beispielsweise

$$b(x,y) = u_E(t=2x/c_0, \hat{t}_V=0, u_V=y, \vartheta=0) \quad (\text{Parallelscan}) \quad (2.63 \text{ a})$$

$$b(x,y) = u_E(t=2r/c_0, \hat{t}_V=0, u_V=0, \vartheta=\varphi) \quad (\text{Sektorscan}) \quad (2.63 \text{ b})$$

Durch Einsetzen von (2.62) in (2.63 a) folgt für den Parallelscan

$$b(x,y) = h_{B_X}(x) * \int_{-\infty}^{\infty} \mu(x,u+y) \cdot h_{B_Y}(u) du \quad (2.64)$$

Das Integral in dieser Gleichung ist ein Faltungsintegral, so daß anstatt (2.64) auch geschrieben werden kann

$$b(x,y) = h_{B_X}(x) * \mu(x,y) * h_{B_Y}(-y) \quad (2.64 \text{ a})$$

oder

$$b(x,y) = \mu(x,y) ** [h_{B_X}(x) \cdot h_{B_Y}(-y)] \quad (2.64 \text{ b})$$

wobei der Operator ** die zweidimensionale Faltung symbolisiert. Die nach dem B-Scan-Prinzip erzeugte Bildfunktion $b(x,y)$ entsteht also aus der Objektfunktion durch lineare zweidimensionale Filterung mit einem ortsinvarianten, separablen Filterkern. Die eine ("axiale") Komponente h_{B_X} des Kerns hängt im wesentlichen von den elektroakustischen Eigenschaften des Wandlers ab, die andere ("laterale") h_{B_Y} wird durch die Schallfeldeigenschaften bestimmt. Das Minuszeichen im Argument von h_{B_Y} hat dabei nur formale Bedeutung, da in praktischen Fällen der Schallwandler und damit auch h_{B_Y} symmetrisch zur Ebene $y=0$ ist.

Im Fall des Sektorscan ergibt sich eine kompliziertere Beziehung zwischen Objektfunktion und Bildfunktion. Insbesondere sind beide nicht mehr über eine einfache Faltung verknüpft.

Beim sogenannten Compound-Scan wird im Gegensatz zu den beiden bisher beschriebenen Verfahren Parallelscan und Sektorscan der zu untersuchende Bereich nicht mehrdeutigkeitsfrei überstrichen. Vielmehr kann der Schallwandler auf einer weitgehend willkürlichen Kurve und mit willkürlicher Orientierung innerhalb der Untersuchungsebene bewegt werden. Der wesentliche Vorteil dieser Betriebsart liegt darin, daß durch geeignete Schallwandler-Führung beispielsweise gekrümmte Oberflächen an jedem Punkt senkrecht beschallt und dadurch optimal dargestellt werden können. Allerdings erfordert die Durchführung eines Compound-Scan mehr Zeit und eine erheblich höhere Geschicklichkeit. Hinsichtlich der Darstellung mehrfach überstrichener Punkte ist es üblich, entweder den Maximalwert oder den Mittelwert der Einzelmessungen zu verwenden. Da nicht alle Punkte der Ebene gleichberechtigt behandelt (d.h. nicht gleich oft und nicht aus gleichen Richtungen beschallt) werden, ist die analytische Beschreibung eines Compound-Bildes praktisch unmöglich.

2.7 Reale Eigenschaften von Parallel-B-Bildern

Wir wollen nun die Eigenschaften der Filterfunktion $h_B(x,y)=h_{B_x}(x) \cdot h_{B_y}(y)$ nach Gln. (2.64 b) etwas genauer betrachten. $h_B(x,y)$ stellt nach Gln. (2.2) die Punktbildfunktion eines konventionellen, nach dem Parallelschallverfahren arbeitenden Ultraschall-Abbildungssystems dar. Diese läßt sich in der Praxis leicht messen, indem z.B. ein feiner Draht oder eine kleine Stahlkugel mittels eines B-Scans abgebildet wird. Ist der Draht (bzw. die Kugel) hinreichend dünn, so ist das B-Bild eines solchen Objekts gerade die PBF des Systems. Umgekehrt kann auch das Objekt durch das Schallfeld eines ruhenden Wandlers bewegt werden, was häufig meßtechnische Vorteile bietet. Auf die zuerst beschriebene Weise wurde die PBF des in den später beschriebenen Experimenten verwendeten B-Scan-Geräts gemessen, die in Abb. 2-8 dargestellt ist. (In diesen Experimenten wurde ausschließlich die Hüllkurve des Ultraschallsignals ausgewertet).

Charakteristisch ist der deutlich langsamere Abfall der PBF in lateraler Richtung gegenüber der axialen Richtung. Dies kommt auch zum Ausdruck in

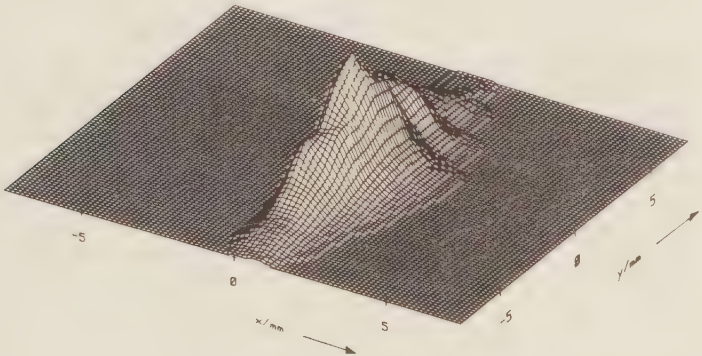


Abb. 2-8 Gemessene B-Bild-PBF nach Gln.(2.64 b) des in den späteren Versuchen verwendeten kommerziellen B-Scan-Geräts (3,5 MHz)

einem entsprechenden Verlauf der MÜF, d.h. in axialer Richtung weist die MÜF höherfrequente Anteile auf als in lateraler. Sowohl die axiale als auch die laterale Komponente der MÜF haben Tiefpaßcharakteristik. Beide können in der Praxis (näherungsweise) sowohl als orts- wie auch als bandbegrenzt angesehen werden. (Strenge Orts- wie auch Bandbegrenzung schließen sich bekanntlich aus). Gleichzeitige Orts- und Bandbegrenzung einer Funktion $f(x,y)$ im technischen Sinn soll hier so verstanden werden, daß sowohl f als auch die Fouriertransformierte $F(\omega_x, \omega_y)$ für große Werte von x, y bzw. ω_x, ω_y derart gegen Null gehen, daß sich für beliebig gewähltes $\epsilon > 0$ ein Wert $r_{\max} < \infty$ bzw. $\omega_{\max} < \infty$ finden läßt, so daß gilt

$$\frac{|f(x_0, y_0)|}{\max\{|f(x, y)|\}} < \epsilon \quad \text{für} \quad \sqrt{x_0^2 + y_0^2} > r_{\max}$$

und

$$\frac{|F(\omega_{x_0}, \omega_{y_0})|}{\max\{|F(\omega_x, \omega_y)|\}} < \epsilon \quad \text{für} \quad \sqrt{\omega_{x_0}^2 + \omega_{y_0}^2} > \omega_{\max}$$

($\max\{..\}$ bezeichnet das globale Maximum einer Funktion)

$r_{\max}$ wird dann als maximale Ausdehnung, $\omega_{\max}$ als Grenzfrequenz bezeichnet. Die Wahl von ϵ hängt von den individuellen Gegebenheiten ab. Im allgemeinen genügt es, ϵ in der Größenordnung des Rauschens bzw. der Meßunsicherheit zu wählen.

Wir betrachten nun die Abbildung einer Objektfunktion $f_{\text{obj}}(x, y)$ (die rotationssymmetrisch bandbegrenzt sein soll mit einer Grenzfrequenz ω_{obj}) mittels eines Abbildungssystems, das durch eine PBF ähnlich der in Abb. 2-8 dargestellten gekennzeichnet ist. Das Abbildungssystem sei durch die separable PÜF $H_B(\omega_x, \omega_y) = H_{Bx}(\omega_x) \cdot H_{By}(\omega_y)$ mit den Grenzfrequenzen ω_{ax} bzw. ω_{lat} in x - bzw. y -Richtung beschrieben. Welche Verhältnisse im Fall $\omega_{\max} = \sqrt{\omega_{ax}^2 + \omega_{lat}^2}$ vorliegen, zeigt Abb. 2-9 schematisch: Die punktierte bzw. schraffierte Fläche stellt denjenigen Bereich dar, innerhalb dessen f_{obj} bzw. H_B von Null verschieden ist. Da das B-Bild $B = f_{\text{obj}} \cdot H_B$ im nicht schraffierten Bereich zwangsläufig Null ist, läßt sich die Objektfunktion aus dem gemessenen B-Bild nicht mehr exakt rekonstruieren.

Allerdings könnte, falls H_B keine Nullstellen im Durchlaßbereich besitzt, mit einem Filter

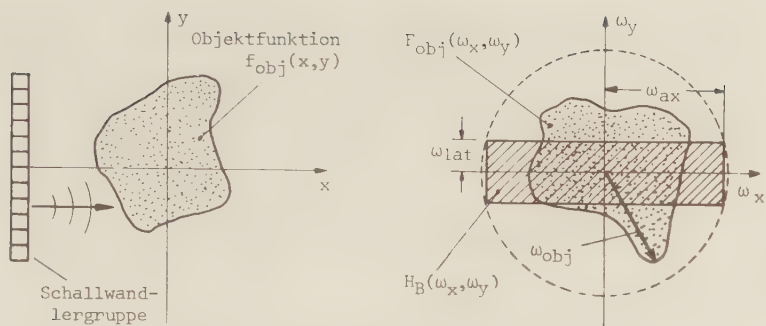


Abb. 2-9 Konventionelles B-Bild (schematisch)

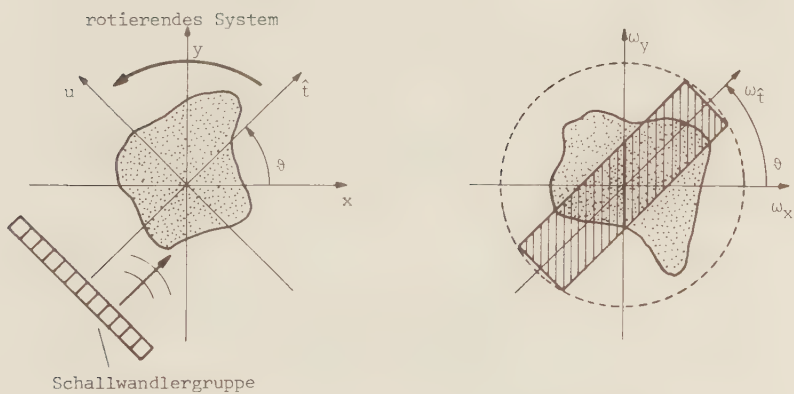


Abb. 2-10 Konventionelles B-Bild bei Drehung der Aufnahmeanordnung (schematisch)

$$H_1(\omega_x, \omega_y) = \begin{cases} 1/H_B(\omega_x, \omega_y) & \text{für } |H_B(\omega_x, \omega_y)| \neq 0 \\ 0 & \text{für } |H_B(\omega_x, \omega_y)| = 0 \end{cases}$$

(also durch "inverse" Filterung) eine nach /11/ "beugungsbegrenzte" Abbildung erreicht werden, d.h. eine Abbildung, deren PÜF nur die Werte 0 und 1 besitzt. Der Vorschlag der inversen Filterung wird, v.a. hinsichtlich der lateralen Komponente der PÜF, von mehreren Autoren gemacht (z.B. /58/-/60/). Es lassen sich damit in der Realität Auflösungsverbesserungen bis etwa zum Faktor 2 bei noch tragbarer Verschlechterung des Signal/Rausch-Verhältnisses erreichen.

Eine andere, bislang nur theoretisch untersuchte Möglichkeit, die Ortsfrequenzkomponenten von F_{obj} im ausgeblendeten Bereich zu rekonstruieren, stellt die sog. "spektrale Extrapolation" dar (/42/,/83/). Dazu sind allerdings gewisse Vorkenntnisse über die Eigenschaften der Objektfunktion nötig. Auch auf dieses Verfahren soll im Rahmen der vorliegenden Arbeit nicht weiter eingegangen werden.

Interessant ist dagegen folgende Feststellung: Wird das Objekt gegenüber dem Abbildungssystem um einen Winkel ϑ (den sog. "Aspektwinkel") gedreht, so dreht sich nach dem Rotationssatz der zweidimensionalen Fouriertransformation die Transformierte $F_{obj}(\omega_x, \omega_y)$ ebenfalls um den selben Winkel. Die PÜF des Abbildungssystems bleibt dagegen natürlich konstant, so daß diese nun einen anderen Bereich aus der Objektfunktion F_{obj} ausblendet. Der entsprechende Effekt wird erreicht, indem das Abbildungssystem (unter ständiger Orientierung zum Drehpunkt) um das feststehende Objekt herumbewegt wird. Dieser Fall, der besonders im Hinblick auf medizinische Anwendungen der günstigere ist, ist in Abb. 2-10 skizziert.

Als qualitatives Ergebnis ist festzuhalten, daß es offensichtlich möglich ist, durch Variation des Aspektwinkels ϑ im Bereich $0 \leq \vartheta < 2\pi$ die gesamte Ortsfrequenzebene innerhalb eines Kreises mit dem Radius ω_{max} zu überstreichen und damit durch geeignete Kombination von Ultraschall-B-Bildern aus verschiedenen Aspektwinkeln die bandbegrenzte Objektfunktion f_{obj} prinzipiell exakt zu rekonstruieren.

Ist f_{obj} nicht bandbegrenzt oder aber bandbegrenzt mit einer Grenzfrequenz $\omega_{obj} \gg \omega_{max}$, so ist die exakte Rekonstruktion zwar nicht mehr möglich, aber es läßt sich zumindest ein wesentlich größerer Bereich der Ortsfre-

quenzebene erfassen, als das bei einem einzelnen B-Bild der Fall ist. Bevor aus diesem Grundgedanken heraus in Kapitel 3 ein Rekonstruktionsverfahren entwickelt wird, folgt zunächst noch die Beschreibung eines Abbildungsmodells, das im weiteren noch mehrfach verwendet wird.

2.8 Ein idealisiertes Modell für ein B-Bild-Abbildungssystem

Im folgenden wird ein stark idealisiertes Modell eines Ultraschall-Abbildungssystems aufgestellt, für das sich relativ leicht Ergebnisse in geschlossener Form erhalten lassen und anhand dessen später einige der charakteristischen Eigenschaften der Bildrekonstruktion gezeigt werden sollen. Dieses Modellsystem wird im Ortsbereich beschrieben durch seine gaußförmige PBF

$$h_{Bm}(x,y) = \frac{1}{a} \cdot \exp(-\pi \cdot x^2/a^2) \cdot \exp(-\pi \cdot y^2/b^2) \quad (2.84)$$

und entsprechend im Ortsfrequenzbereich durch die PÜF

$$H_{Bm}(\omega_x, \omega_y) = b \cdot \exp\left(-\frac{a^2 \omega_x^2}{4\pi}\right) \cdot \exp\left(-\frac{b^2 \omega_y^2}{4\pi}\right) \quad (2.85)$$

Folgende Idealisierungen wurden bei der Auswahl des Systems gemacht:

- Sowohl die PBF als auch die PÜF ist in den beiden Koordinaten (x,y) bzw. (ω_x, ω_y) separabel, d.h. die entsprechenden Komponenten im Orts- bzw. Ortsfrequenzbereich sind jeweils über eine eindimensionale Fouriertransformation miteinander verknüpft.
- Da die Fouriertransformation einer Gaußfunktion wieder eine Gaußfunktion ergibt, lassen sich Ergebnisse aus dem Ortsbereich unmittelbar in den Ortsfrequenzbereich bzw. umgekehrt übertragen.
- Sowohl PBF als auch PÜF sind reellwertig und jeweils symmetrisch bezüglich des Nullpunkts.
- PBF und PÜF sind stets größer als Null, also weder orts- noch bandbegrenzt.

Die Parameter a bzw. b in Gln. (2.84) bzw. (2.85) sind ein direktes Maß für die Auflösung in axialer bzw. lateraler Richtung. Die Werte dieser

Parameter entsprechen fast genau den Abständen zwischen den 6 dB-Punkten der Funktion in der jeweiligen Richtung. Mit $a = 2 \text{ mm}$ und $b = 10 \text{ mm}$ erhält man somit ein einigermaßen realitätsnahes Modell für die PBF bzw. PÜF eines konventionellen B-Bildes. Abb. 2-11 zeigt beide Funktionen für diese Werte. Folgende Sonderfälle sind noch von besonderem Interesse:

Sonderfall 1: $a \rightarrow 0$: Wegen

$$\lim_{a \rightarrow 0} \frac{1}{a} \cdot \exp(-\pi \cdot x^2/a^2) = \delta(x) \quad (2.86)$$

folgt somit

$$h_{Bm1}(x, y) = \delta(x) \cdot \exp(-\pi \cdot y^2/b^2) \quad (2.87)$$

$$H_{Bm1}(\omega_x, \omega_y) = b \cdot \exp\left(-\frac{b^2 \omega_y^2}{4\pi}\right) \quad (2.88)$$

$a \rightarrow 0$ stellt den Grenzfall eines idealisierten Abbildungssystems dar, dessen axiale Auflösung viel größer als die laterale ist, so daß das axiale Funktionsprofil näherungsweise durch eine Deltafunktion ersetzt werden kann. h_{Bm1} beschreibt eine linienförmige Singularität, eine sog. "Linienmasse" (/11/), die mit einer gaußförmigen Gewichtung belegt ist. Solche Linienmassen lassen sich analytisch besonders leicht behandeln.

Sonderfall 2: $b \rightarrow \infty$: Wegen

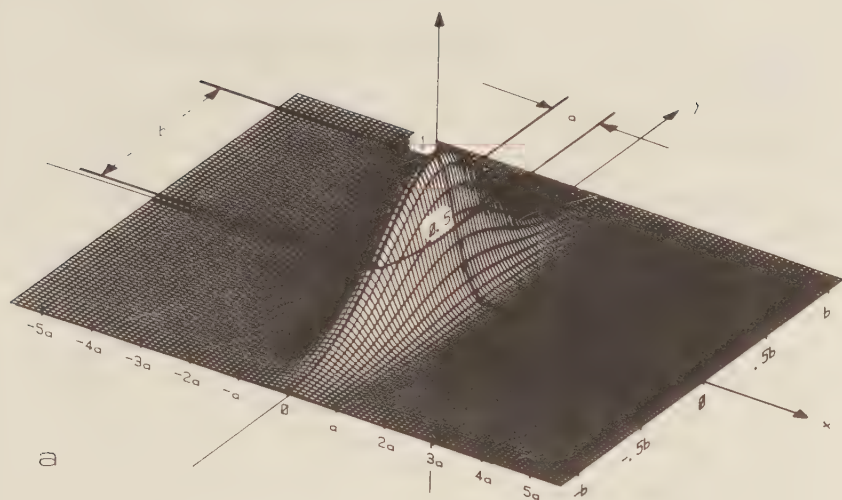
$$\lim_{b \rightarrow \infty} b \cdot \exp\left(-\frac{b^2 \omega_y^2}{4\pi}\right) = 2\pi \cdot \delta(\omega_y) \quad (2.89)$$

erhält man

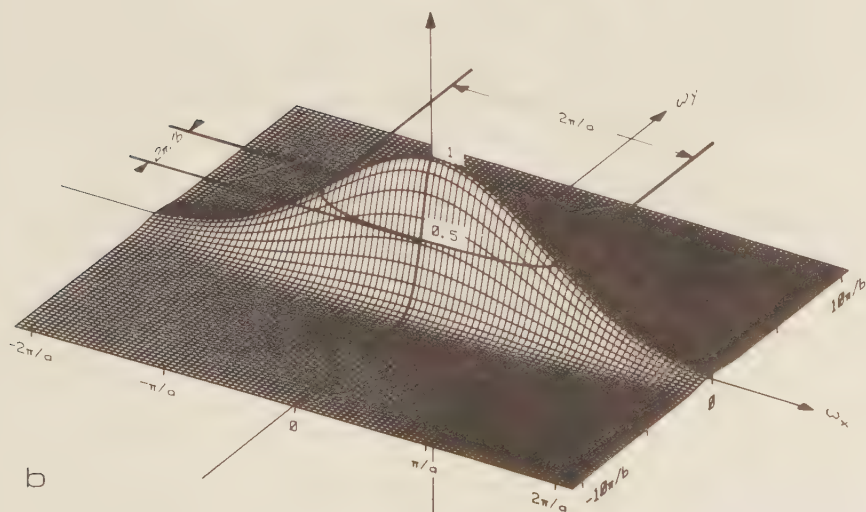
$$h_{Bm2}(x, y) = \frac{1}{a} \cdot \exp(-\pi \cdot x^2/a^2) \quad (2.90)$$

$$H_{Bm2}(\omega_x, \omega_y) = 2\pi \cdot \exp\left(-\frac{a^2 \omega_x^2}{4\pi}\right) \cdot \delta(\omega_y) \quad (2.91)$$

und damit eine gaußförmig gewichtete Linienmasse als PÜF. Dieser zu $a \rightarrow 0$ duale Fall steht stellvertretend für ein Abbildungssystem, dessen laterale Auflösung "unendlich schlecht" ist, d.h. zwei Bildpunkte auf einer Geraden $y=\text{const}$ werden auch bei beliebigem Abstand voneinander nicht getrennt abgebildet.



a



b

Abb. 2-11 PBF (a) und PÜF (b) des Modellsystems für $b = 5a$
nach Gln. (2.84) und (2.85)

Durch Kombination der beiden bisherigen Fälle folgt schließlich der
Sonderfall 3: $a \rightarrow 0$ und $b \rightarrow \infty$

$$h_{Bm3}(x,y) = \delta(x) \quad (2.93)$$

$$H_{Bm3}(\omega_x, \omega_y) = 2\pi \cdot \delta(\omega_y) \quad (2.94)$$

Damit wird also sowohl die PBF als auch die PÜF eine gleichgewichtete Linienmasse längs der y - bzw. der ω_x -Achse. In diesem Fall erhält man als Ausgangsfunktion des Abbildungssystems

$$\begin{aligned} b(x,y) &= \mu(x,y) ** h_B(x,y) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mu(x',y) \cdot \delta(x-x') \, dx' \, dy \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \mu(x,y) \, dy \end{aligned} \quad (2.95)$$

Es ist festzuhalten, daß ein Abbildungssystem mit der PBF (2.93) ein Bild liefert, dessen Werte (unabhängig von y) der Parallelprojektion der Objektfunktion auf die x -Achse entsprechen. Abbildungssysteme mit dieser speziellen Eigenschaft spielen im Zusammenhang mit der Computertomographie eine wesentliche Rolle (vgl. Kapitel 3).

Eine nachträgliche Interpretation des Sonderfalls 2 ($b \rightarrow \infty$ aber $a \neq 0$, d.h. unendlich schlechte laterale, aber endliche axiale Auflösung) besteht somit darin, daß die Integration in (2.95) nicht längs einer exakten Geraden $y=\text{const}$ erfolgt (Linienintegral), sondern sich über einen streifenförmigen Bereich gewisser Breite erstreckt ("Streifenintegral"). Solche Systeme haben in der Radioastronomie eine gewisse Bedeutung (/69/).

3 Ein verallgemeinertes Konzept zur Computertomographie

3.1 Vorbemerkungen

In diesem Abschnitt soll ein Weg der Auflösungsverbesserung beschrieben werden, der dann gangbar ist, wenn das Objekt wie bei der Compoundtechnik aus einer Vielzahl von Richtungen untersucht werden kann. Es wird dazu davon ausgegangen, daß unabhängige Ultraschallbilder der selben Parameterverteilung in der selben Schnittebene aus mehreren "Aspektwinkeln" ϑ vorliegen. Idealerweise überdeckt ϑ den gesamten Bereich von $0 \leq \vartheta < 2\pi$ kontinuierlich.

Im Gegensatz zu der in Abschnitt 2.6 beschriebenen Maximalwertabfrage der Compoundtechnik soll hier ein Rekonstruktionsverfahren hergeleitet werden, das auf einer deckungsgleichen Summation der B-Bilder aus verschiedenen Richtungen beruht. Dieses zunächst intuitive Vorgehen erlaubt, da die Summation eine lineare Operation darstellt, insbesondere eine recht einfache analytische Vorhersage des Ergebnisses, sowie die Berechnung und ggf. die Korrektur systematischer Abbildungsfehler. Es wird sich herausstellen, daß eine solche Verarbeitung der B-Bilder starke Ähnlichkeiten mit dem Problem der Rekonstruktion von zweidimensionalen Funktionen aus ihren Projektionen aufweist. Diese Art der indirekten Messung von Funktionen über ihre Projektionen wird häufig als "Computertomographie" (CT) oder "Computer Aided Tomography" (CAT) bezeichnet.

Im folgenden soll zunächst das Konzept der konventionellen CT kurz dargestellt und daraus in einer Analogiebetrachtung das grundsätzliche Konzept des hier vorgeschlagenen Rekonstruktionsverfahrens hergeleitet werden.

3.2 Allgemeines

3.2.1 Grundlagen der konventionellen Computertomographie

Bereits 1917 wurde von Radon (/63/) das Problem behandelt und grundsätzlich gelöst, wie eine zweidimensionale Funktion aus der Gesamtheit ihrer Projektionen rekonstruiert werden kann. In den letzten Jahren gewannen

das Radonproblem und insbesondere numerische Verfahren zu seiner Lösung große Bedeutung, speziell auf dem Gebiet der Rekonstruktion von Absorptionsverteilungen aus Röntgendämpfungsmessungen (z.B. /71/), aber auch bei der MR-CT (MR = Magnetische Resonanz, /70/), in der Geophysik (/68/) und in der Radioastronomie (/69/). Die Motivation für die Entwicklung solcher Verfahren liegt in der Tatsache, daß bei vielen physikalischen Meßproblemen Projektionen einer Funktion einfacher oder genauer zu erfassen sind als die Funktion selbst.

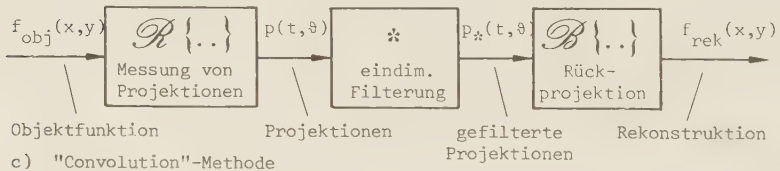
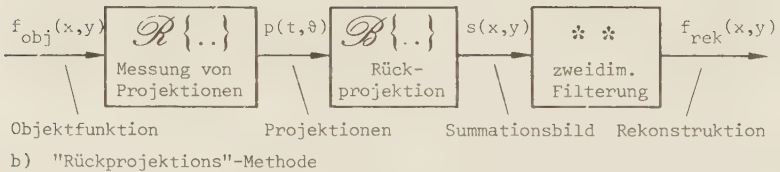
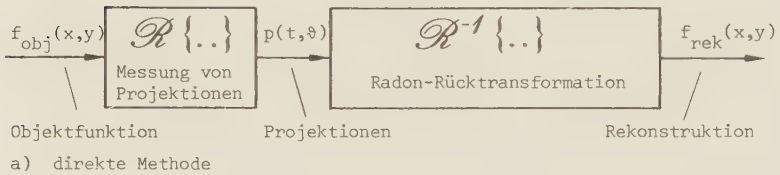


Abb. 3-1 Drei Verfahren zur Rekonstruktion einer Funktion aus ihren Projektionen

Das Konzept der CT beinhaltet stets mindestens zwei Schritte: Messung von Projektionen und Rekonstruktion der Objektverteilung daraus. Die mathematische Beschreibung im systemtheoretischen Sinn kann durch ein lineares zweidimensionales System mit der Objektfunktion $f_{obj}(x,y)$ als Eingangssignal und der rekonstruierten Objektfunktion $f_{rek}(x,y)$ als Ausgangssignal erfolgen (Abb. 3-1). Das System selbst wird durch die Punktübertragungsfunktion (PUF) $H_g = F_{rek} / F_{obj}$ charakterisiert. (F_{rek} bzw. F_{obj} sind jeweils die Fouriertransformierten von f_{rek} bzw. f_{obj}). Angestrebt wird zunächst eine PUF $H_g = 1$, d.h. ein ideales, physikalisch nicht realisierbares Abbildungssystem.

Der erste Schritt, nämlich die Messung von Projektionen, läßt sich folgendermaßen beschreiben: Die Objektfunktion $f_{obj}(x,y)$ wird mittels einer eindeutigen Integraltransformation $\mathcal{R}\{..\}$ ("Projektion" oder "Radontransformation") in eine Funktion $p(t,\vartheta)$ abgebildet, für die gilt

$$p(t,\vartheta) = \mathcal{R}\{f_{obj}(x,y);t,\vartheta\} = \int_{-\infty}^{\infty} f_{obj}(x=t \cdot \cos\vartheta - u \cdot \sin\vartheta, y=t \cdot \sin\vartheta + u \cdot \cos\vartheta) du \quad (3.1)$$

Für festes $\vartheta = \vartheta_0$ stellt $p(t,\vartheta_0) = p_0(t)$ die mathematische Parallelprojektion von f_{obj} auf eine Gerade der Steigung $\arctan \vartheta_0$ dar. Die Funktion $p(t,\vartheta)$ ist die "Gesamtheit aller Projektionen", sie hängt stetig von den Koordinaten t und ϑ der sog. "Radonebene" ab.

Für die Rekonstruktion der Objektfunktion ergeben sich mehrere Möglichkeiten. Die von Radon angegebene direkte Umkehrtransformation (Abb. 3-1 a)

$$\mathcal{R}^{-1}\{p(t,\vartheta);x,y\} = \frac{1}{2\pi^2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial p}{\partial t} [\sqrt{x^2+y^2} \cdot \sin(\arctan \frac{y}{x} - \vartheta) - t]^{-1} dt d\vartheta \quad (3.2)$$

ist aufwendig und zur numerischen Berechnung wenig geeignet (/66/). Eine wesentlich elegantere Methode ist die sog. "Rückprojektion" ("Backprojection" oder "Summation"). Hierbei wird jeder Wert in der Radonebene auf die Gerade der Objektebene verteilt, längs der er integriert wurde. Dies wird durch eine weitere eindeutige Integraltransformation $\mathcal{B}\{..\}$ beschrieben, durch die p in eine Funktion $s(x,y)$ überführt wird, das sogenannte "Summationsbild" (Abb. 3-1 b)

$$s(x,y) = \mathcal{B}\{p(t,\vartheta);x,y\} = \int_0^{\pi} p(x \cdot \cos\vartheta + y \cdot \sin\vartheta, \vartheta) d\vartheta \quad (3.3)$$

Es läßt sich leicht zeigen, daß die gekettete Operation

$$\mathcal{B}\{\mathcal{R}\{..\}\} = \mathcal{B}\{p(t, \vartheta); x, y\} = f_{\text{obj}}(x, y) ** h_S(x, y) \quad (3.4)$$

selbst wieder als lineares zweidimensionales System mit der PÜF H_S betrachtet werden kann. Das Resultat der Rückprojektion entspricht aber nicht der idealen PÜF $H_g=1$. Vielmehr gilt im Ortsfrequenzbereich

$$H_S(\omega_x, \omega_y) = (\omega_x^2 + \omega_y^2)^{-1/2} \quad (3.5)$$

Das Summationsbild ist somit ein mit einem rotationssymmetrischen Tiefpaß H_S gefiltertes Abbild der Objektfunktion. Da die Tiefpaß-PÜF keine Nullstellen besitzt, kann aus dem Summationsbild durch inverse Filterung mit einem Hochpaß mit der PÜF $H_{CT}=1/H_S$ im Prinzip die Objektfunktion exakt wiedergewonnen werden. (Auf die Problematik der inversen Filterung wird an späterer Stelle noch eingegangen). Ist $h_{CT}(x, y)$ die inverse Fouriertransformierte von H_{CT} , so gilt

$$\mathcal{B}\{p(t, \vartheta); x, y\} ** h_{CT} = \mathcal{R}^{-1}\{p(t, \vartheta); x, y\} \quad (3.6)$$

d.h. die Radonrücktransformation $\mathcal{R}^{-1}\{..\}$ ist äquivalent der geketteten Operation Rückprojektion und Filterung mit h_{CT} , allerdings ist der numerische Aufwand im letzteren Fall erheblich geringer.

Das eben skizzierte Verfahren kann auf verschiedene Art und Weise modifiziert werden, insbesondere können die Operationen Rückprojektion und Filterung vertauscht werden, wobei allerdings die erforderlichen Filter nicht identisch sind (Abb. 3-1 c). Dies führt zu einem als "Convolution-Methode" oder "Filtered Backprojection" bezeichneten Verfahren (/66/). Hierzu wird die Funktion $p(t, \vartheta)$ in der Radonebene mit einer geeigneten Filterfunktion $h_{BP}(t, \vartheta)$ gefaltet, so daß nach der Rückprojektion dieser gefilterten Projektionen gerade die Objektfunktion selbst resultiert:

$$f_{\text{rek}}(x, y) = \mathcal{B}\{p(t, \vartheta) ** h_{BP}(t, \vartheta); x, y\} = f_{\text{obj}}(x, y) \quad (3.7)$$

Es kann gezeigt werden, daß aus Gl. (3.7) für die PÜF $H_{BP}(\omega_t, \Theta)$ des Rückprojektionsfilters (mit dem transformierten Aspektwinkel $\Theta = 2\pi/\vartheta$) folgt

$$H_{BP}(\omega_t, \Theta) = H_{BP}(\omega_t) = |\omega_t| \quad (3.8)$$

Da H_{BP} bemerkenswerterweise nicht von Θ abhängt, also ein eindimensionales Filter darstellt, verringert sich der Aufwand für diese Verfahrensvariante nochmals beträchtlich. Dies hat dazu geführt, daß die Convolution-Methode in der Praxis die größte Verbreitung gefunden hat.

Ein Filter nach Gl. (3.8) ist physikalisch nicht sinnvoll, da seine Impulsantwort nicht quadratisch integrierbar ist und damit keine endliche Energie besitzt. Realisierbar ist dagegen die mit einem idealen rotationssymmetrischen Tiefpaß der Grenzfrequenz ω_g beschnittene Übertragungsfunktion

$$H_{RaLa} = |\omega_t| \cdot \text{rect}(\omega_t / 2\omega_g) \quad (3.9)$$

mit

$$\text{rect}(x) = \begin{cases} 1 & \text{für } |x| \leq 0.5 \\ 0 & \text{für } |x| > 0.5 \end{cases} \quad (3.10)$$

Ein Filter mit dieser Übertragungsfunktion wird in der CT nach seinen Entdeckern häufig als "Ramachandran/Lakshminarayanan-Filter" (Ra/La-Filter) bezeichnet. Ein ähnliches, in der CT viel benutztes Filter trägt, ebenfalls nach seinen Entdeckern, den Namen "Shepp/Logan-Filter".

Auf die detaillierte Theorie der CT soll hier nicht weiter eingegangen werden, dazu sei z.B. auf /15/ verwiesen. Eine Zusammenstellung verschiedener anderer Methoden der Rekonstruktion findet sich in /64/.

3.2.2 Grundlagen der verallgemeinerten CT

Zur Verallgemeinerung des oben umrissenen CT-Konzepts läßt sich nun folgendes Problem betrachten: gegeben sei eine skalare (reellwertige oder komplexe) Funktion $f_{obj}(x,y)$ bzw. ihre Fouriertransformierte $F_{obj}(\omega_x, \omega_y)$. Diese Funktion soll wiederum einer direkten Messung nicht zugänglich sein, meßbar sei nur eine gefilterte Funktion, die beschrieben wird durch

$$B_o(\omega_x, \omega_y) = F_{obj}(\omega_x, \omega_y) \cdot F(\omega_x, \omega_y) \quad (3.11)$$

Hat die Filterfunktion F Nullstellen dort, wo $F_{obj}(\omega_x, \omega_y)$ ungleich Null ist, so ist mit einer solchen Filterung ein Verlust an Information über die Objektfunktion verbunden. Dies ist insbesondere dann der Fall, wenn F ein bandbegrenztes System beschreibt und F_{obj} Frequenzkomponenten im Sperrbereich von F besitzt.

Ist die Filterfunktion F ihrerseits wieder eine Funktion eines Parameters α , so ist es unter gewissen Umständen möglich, durch Variation dieses Parameters n "Teilbilder" B_i ($i=1..n$) zu messen, die zusammen die komplette Information über die Objektfunktion beinhalten

$$B_i(\omega_x, \omega_y) = F_{obj}(\omega_x, \omega_y) \cdot F(\omega_x, \omega_y, \alpha_i) \quad (3.12)$$

Wir interessieren uns im weiteren für einen speziellen Fall des in (3.12) umrissenen allgemeinen Problems, wenn nämlich gilt

$$F(\omega_x, \omega_y, \vartheta) = F_o[\omega_t(\omega_x, \omega_y, \vartheta), \omega_u(\omega_x, \omega_y, \vartheta)] \quad (3.13)$$

mit

$$\begin{pmatrix} \omega_t \\ \omega_u \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\vartheta & \sin\vartheta \\ -\sin\vartheta & \cos\vartheta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \end{pmatrix} = R_\vartheta(\vartheta) \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \end{pmatrix} \quad (3.14)$$

Der Winkel ϑ wird als "Aspektwinkel" bezeichnet. Er bewirkt lediglich eine Drehung der ansonsten gleichbleibenden Filterfunktion F_o , d.h. F_o bleibt im mitgedrehten Koordinatensystem (ω_t, ω_u) konstant. In Abschnitt 2.7 wurde gezeigt, daß die Rotation eines Ultraschall-Abbildungssystems um ein feststehendes Objekt gerade durch eine (bezüglich des Objektkoordinatensystems) rotierende Filterfunktion nach Gln (3.13) beschrieben werden kann. Das Koordinatensystem (t, u) stellt also hier das mit dem Schallwandler verbundene Koordinatensystem dar (in Kap. 2 mit (t, u) bezeichnet), wobei die Variable t im weiteren im Sinn einer Ortskoordinate aufgefaßt wird. Jedes B-Bild unter einem bestimmten Aspektwinkel entspricht somit einem "Teilbild" im obigen Sinn.

Auf folgende Problematik soll vorab hingewiesen werden: In einer Darstellung nach (3.12) werden die Teilbilder im objektbezogenen Koordinatensystem

stem (x,y) gemessen, bei einer realen Ultraschall-Anordnung erfolgt die Messung der B-Bilder dagegen im schallwandlerbezogenen Koordinatensystem (t,u) . Für die analytische Behandlung besteht kein wesentlicher Unterschied zwischen beiden Darstellungen. (Allerdings wird die Herleitung des Rekonstruktionsverfahrens übersichtlicher als bei Darstellung im (t,u) -System). Da die B-Bilder jedoch in der Realität in Form von abgetasteten Funktionen vorliegen, wirft die Koordinatentransformation (d.h. die Umrechnung der gemessenen B-Bilder in die Teilbilder) tatsächlich ein nicht ganz triviales Problem auf. Solche Fragen werden im 4. Kapitel behandelt.

Um die analytische Untersuchung zu erleichtern, soll das Abbildungsproblem noch dahingehend abstrahiert werden, daß Teilbilder B_i nicht nur für diskrete Aspektwinkel ϑ_i vorliegen, sondern daß B stetig von ϑ abhängt. Aus (3.12) und (3.13) folgt dann

$$B(\omega_x, \omega_y, \vartheta) = F_{obj}(\omega_x, \omega_y) * F_o[\omega_t(\omega_x, \omega_y, \vartheta), \omega_u(\omega_x, \omega_y, \vartheta)] \quad (3.15)$$

Wir definieren nun, ähnlich wie die $\mathcal{R}$ -Operation der konventionellen CT, eine eindeutige Integraltransformation $\mathcal{T}\{..\}$ im Ortsbereich, die die Objektfunktion $f_{obj}(x,y)$ in eine Funktion $b(x,y,\vartheta)$ abbildet und die aus (3.15) durch eine inverse Fouriertransformation resultiert:

$$b(x,y,\vartheta) = f_{obj}(x,y) ** f_o[t(x,y,\vartheta), u(x,y,\vartheta)] \quad (3.16)$$

$$= \mathcal{T}\{f_{obj}(x,y); f_o(t,u), \vartheta\}$$

$$\text{mit } \begin{pmatrix} t \\ u \end{pmatrix} = \mathcal{R}(\vartheta) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Diese kontinuierliche Funktion von 3 Parametern wird im weiteren in Anlehnung an ihre Entstehung als "Gesamtheit der Teilbilder", die Operation $\mathcal{T}\{..\}$ als "Teilbildmessung" bezeichnet. Gesucht wird nun eine möglichst effiziente Umkehroperation $\mathcal{T}^{-1}\{..\}$, die es ermöglicht, aus $b(x,y,\vartheta)$ die Objektfunktion wieder exakt (oder zumindest im Hinblick auf ein bestimmtes Kriterium optimal) zu rekonstruieren.

Der Projektionsoperator $\mathcal{R}\{..\}$ kann als Spezialfall des $\mathcal{T}$ -Operators aufgefaßt werden. In Abschnitt 2.8 wurde nämlich gezeigt, daß sich die Projek-

tion einer Funktion auf eine beliebige Gerade als eine zweidimensionale Faltung mit einer Linienmasse senkrecht zu dieser Geraden darstellen läßt. Setzt man also $f_0(t, u) = \delta(t)$, so wird (3.12)

$$b(x, y, \vartheta) = f_{\text{obj}}(x, y) ** \delta(x \cdot \cos \vartheta + y \cdot \sin \vartheta) \quad (3.17 \text{ a})$$

oder durch Wechsel der Variablen

$$\begin{aligned} b(t, \vartheta) &= f_{\text{obj}}(t \cdot \cos \vartheta - u \cdot \sin \vartheta, u \cdot \cos \vartheta + t \cdot \sin \vartheta) ** \delta(t) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_{\text{obj}}(\tau \cdot \cos \vartheta - u \cdot \sin \vartheta, u \cdot \cos \vartheta + \tau \cdot \sin \vartheta) \cdot \delta(t - \tau) \, d\tau \, du \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} f_{\text{obj}}(t \cdot \cos \vartheta - u \cdot \sin \vartheta, u \cdot \cos \vartheta + t \cdot \sin \vartheta) \, du \end{aligned} \quad (3.17 \text{ b})$$

Man erkennt auf der rechten Seite den Projektionsoperator aus Gln. (3.1) angewandt auf die Objektfunktion f_{obj} .

Die Rekonstruktion einer Objektfunktion aus ihren Projektionen (also die konventionelle CT) kann somit als Spezialfall des allgemeineren Problems der Rekonstruktion einer Objektfunktion aus Teilbildern angesehen werden. Die indirekte Messung einer Objektfunktion durch aufeinanderfolgende Ausführung der Operationen $\mathcal{T}\{..\}$ und ihrer (exakten oder näherungsweise) Inversen $\mathcal{T}^{-1}\{..\}$ soll deshalb wegen der Ähnlichkeit zum konventionellen CT-Konzept im folgenden als "verallgemeinertes CT-Konzept" bezeichnet werden. Wie schon bei der konventionellen CT sind auch bei der verallgemeinerten CT eine Reihe von Strategien zur Realisierung des Umkehroperators $\mathcal{T}^{-1}\{..\}$ denkbar, von denen einige in den folgenden Abschnitten erörtert werden.

Zur besseren Verständlichkeit und wegen der besonderen praktischen Relevanz wird hier nur der zweidimensionale Fall betrachtet. Eine Verallgemeinerung auf dreidimensionale Probleme ist denkbar. Das Verfahren ist auch nicht auf Ultraschallanwendungen beschränkt. Es ist vielmehr immer dann anwendbar, wenn eine Vielzahl von Teilbildern einer zweidimensionalen Funktion vorliegt und diese den genannten Bedingungen gehorchen. Die weiteren Ausführungen halten sich jedoch eng an die technische Realisierung des Konzepts mit Ultraschall.

3.3 Rekonstruktion mit Summation und inverser Filterung

3.3.1 Summation der Teilbilder

Wir gehen nun aus von einer vorliegenden "Gesamtheit von Teilbildern", wie sie in Gl.n. (3.16) definiert wurde. Die Funktion $f_0(t,u)$ kann, wie bereits erwähnt, als PBF eines rotierenden Abbildungssystems aufgefaßt werden, mit dem einzelne Teilbilder erzeugt werden. Sie wird deshalb im weiteren als "Teilbild-PBF", die Funktion $F_0(\omega_t, \omega_u)$ entsprechend als "Teilbild-PÜF" bezeichnet. (Da im Fall eines Ultraschall-Abbildungssystems als Teilbild-PBF gerade die B-Bild-PBF h_B anzusetzen ist, soll im weiteren im Zuge einer einheitlichen Notation anstelle von f_0 wieder h_B und entsprechend statt F_0 in Zukunft H_B geschrieben werden.)

Abb. 3-2a zeigt schematisch eine Objektfunktion $f_{obj}(x,y)$ sowie eine Teilbild-PBF $h_B(t,u)$. h_B besitzt in Richtung der beiden Achsen t und u eine stark unterschiedliche räumliche Ausdehnung, hat also wie eine reale B-Bild-PBF eine ausgeprägte Vorzugsrichtung. Abb. 3-2a zeigt weiterhin 3 Teilbilder $b_v(x,y) = b(x,y,\vartheta_v)$ für die speziellen Aspektwinkel 45° , 90° und 135° . Jedes dieser 3 Teilbilder läßt im wesentlichen die Objektfunktion erkennen, sie weisen aber jeweils unterschiedliche Vorzugsrichtungen auf, in denen die größte bzw. geringste Unschärfe auftritt.

Es ist nun naheliegend, die Aspektwinkelabhängigkeit dadurch zu eliminieren, daß die einzelnen Teilbilder deckungsgleich aufsummiert werden. Das entstehende "Summationsbild"

$$s(x,y) = \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n b_v(x,y) \quad (3.18)$$

stellt also praktisch einen Mittelwert der Bildinhalte der einzelnen Teilbilder dar. Im Grenzfall unendlich vieler Teilbilder aus allen Aspektwinkeln $0 \leq \vartheta < 2\pi$ geht die Summe in (3.18) über in ein Integral und anstelle der diskreten Teilbilder b_v steht nun die stetig von ϑ abhängige Gesamtheit der Teilbilder $b(x,y,\vartheta)$:

$$s(x,y) = \int_0^{2\pi} b(x,y,\vartheta) d\vartheta = \mathcal{Y}\{b(x,y,\vartheta)\} \quad (3.19)$$

Die Operation $\mathcal{Y}\{..\}$ erhält den Namen "Summation". Durch Einsetzen von

(3.16) in (3.19) erhält man

$$\begin{aligned}
 s(x,y) &= \mathcal{F}\{ \mathcal{T}\{f_{\text{obj}}(x,y); h_B(t,u),\vartheta\} \\
 &= \int_0^{2\pi} f_{\text{obj}}(x,y) ** h_B[t(x,y,\vartheta), u(x,y,\vartheta)] d\vartheta \\
 &= f_{\text{obj}}(x,y) ** \int_0^{2\pi} h_B[t(x,y,\vartheta), u(x,y,\vartheta)] d\vartheta \\
 &= f_{\text{obj}}(x,y) ** h_S(x,y)
 \end{aligned} \tag{3.20}$$

Das Summationsbild stellt somit selbst wieder eine zweidimensional gefilterte Version der Objektfunktion dar. h_S wird als "Summations-PBF" bezeichnet. (Man beachte die Analogie der geketteten Operationen "Summation" und "Teilbildmessung" aus Gl'n. (3.20) in Bezug auf Gl'n. (3.4). In beiden Fällen stellt sich das Ergebnis als gefilterte Version der Objektfunktion dar.)

Die Summation der 3 Teilbilder von Abb. 3-2a ist in Abb. 3-2b schematisch dargestellt. Es ist offensichtlich, daß im Fall unendlich vieler Aspektwinkel das Summationsbild keine Vorzugsrichtung mehr hat, seine PBF also rotationssymmetrisch ist.

Da sich die Operationen Summation und Drehung im Orts- bzw. Ortsfrequenzbereich entsprechen, erhält man für die Fouriertransformierte des Summationsbildes $s(x,y)$ ganz analog

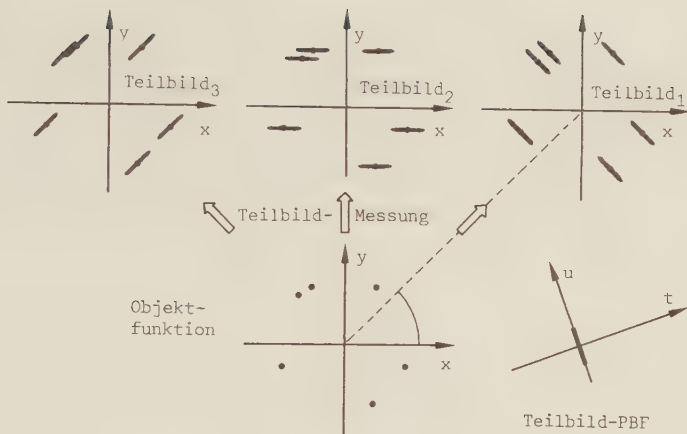
$$\begin{aligned}
 S(\omega_x, \omega_y) &= \int_0^{2\pi} F_{\text{obj}}(\omega_x, \omega_y) \cdot H_B[\omega_t(\omega_x, \omega_y, \vartheta), \omega_u(\omega_x, \omega_y, \vartheta)] d\vartheta \\
 &= F_{\text{obj}}(\omega_x, \omega_y) \cdot H_S(\omega_x, \omega_y)
 \end{aligned} \tag{3.21}$$

Aus (3.20) und (3.21) folgt somit für die Summations-PBF bzw. -PÜF

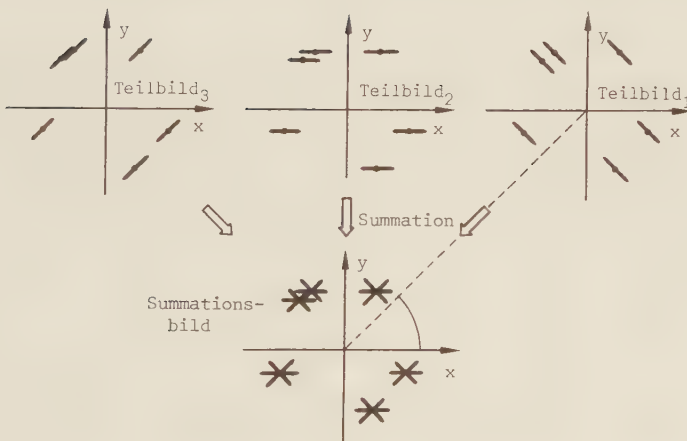
$$h_S(x,y) = \int_0^{2\pi} h_B[t(x,y,\vartheta), u(x,y,\vartheta)] d\vartheta = \mathcal{F}\{h_B\} \tag{3.22 a}$$

$$H_S(\omega_x, \omega_y) = \int_0^{2\pi} H_B[\omega_t(\omega_x, \omega_y, \vartheta), \omega_u(\omega_x, \omega_y, \vartheta)] d\vartheta \tag{3.22 b}$$

Die PBF bzw. PÜF des Summationsbildes hängt natürlich nur von der PBF h_B bzw. der PÜF H_B der Teilbilder ab.



a



b

Abb. 3-2 Schematische Darstellung von (a) Teilbildmessung und (b) Summation im Ortsbereich

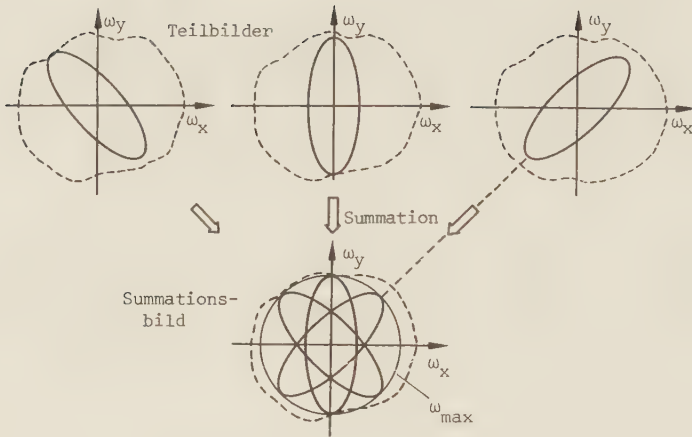


Abb. 3-3 Schematische Darstellung der Summation im Ortsfrequenzbereich

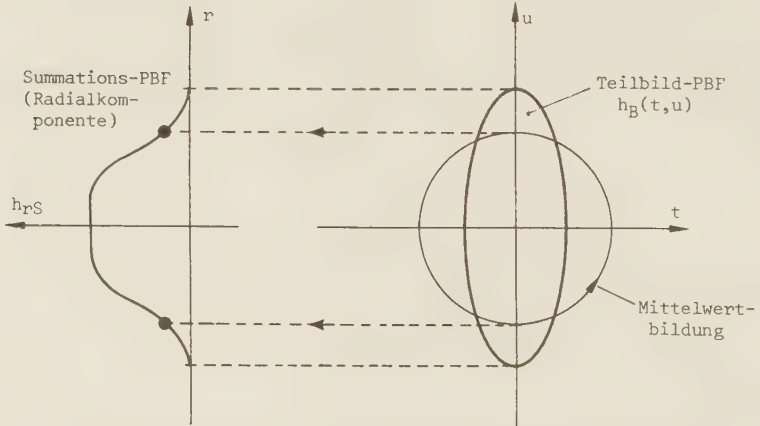


Abb. 3-4 Zur Erläuterung von Gleichung (3.24)

Wie die Summationsoperation im Ortsfrequenzbereich abläuft, verdeutlicht Abb. 3-3. Die Teilbild-PÜF ist hier als Ellipse dargestellt (gemäß den unterschiedlichen Grenzfrequenzen von Ultraschallbildern in axialer und lateraler Richtung), wobei angenommen werden soll, daß die Teilbild-PÜF außerhalb des elliptischen Bereichs näherungsweise Null ist. In jedem Teilbild wird also ein Teil der Ortsfrequenzebene durch die rotierende Teilbild-PÜF ausgeblendet, oder anders ausgedrückt, die Fouriertransformierte der Objektfunktion F_{obj} (in Abb. 3-3 gestrichelt angedeutet) kann nur durch ein rotierendes "Fenster" beobachtet werden. Die Summation der 3 Teilbilder zeigt der untere Teil von Abb. 3-3.

Es ist festzustellen, daß Punkte nahe dem Ursprung der Ortsfrequenzebene von allen Fenstern überdeckt und somit mehrfach aufsummiert werden, während weiter peripher liegende Punkte immer seltener erfaßt werden und dadurch im Summationsbild "unterrepräsentiert" sind. Punkte außerhalb des dünn ausgezogenen Kreises mit Radius ω_{max} werden überhaupt nie erfaßt, so daß eine exakte Rekonstruktion der Objektfunktion dann unmöglich ist, wenn diese noch signifikante Ortsfrequenzanteile größer als ω_{max} besitzt.

Man wird also rein qualitativ eine Auflösung erwarten, die zwischen der axialen und lateralen Auflösung eines Teilbildes liegt. Weiterhin ist offenkundig, daß eine erwünschte vollständige Auffüllung der Ortsfrequenzebene innerhalb des Kreises der erfaßbaren Ortsfrequenzen i.a. nur zu erzielen ist, wenn die Aspektwinkel ϑ_i den gesamten Bereich von 0 bis 2π gleichmäßig überdecken. Nur im Fall, daß H_g gewisse Symmetriebeziehungen aufweist, genügt auch ein eingeschränkter Winkelbereich. Insbesondere braucht der Aspektwinkel und damit auch die Integration in (3.19)-(3.22) im Fall

$$H_B(\omega_t, \omega_u) = H_B(\omega_t, -\omega_u) = H_B(-\omega_t, \omega_u) = H_B(-\omega_t, -\omega_u) \quad (3.23)$$

nur von 0 bis π zu laufen.¹⁾ Entsprechend wären bei einem noch höheren Grad von Symmetrie weitere Einschränkungen des Winkelbereichs möglich.

¹⁾ Die Symmetriebeziehung (3.23) kann bei Ultraschall-B-Bildern tatsächlich als erfüllt angesehen werden (vgl. Abschnitt 2.7), so daß bei einer Anwendung dieses Konzepts das B-Bild-Abbildungssystem das Objekt nur halb zu umrunden braucht. Dies hat für die praktische Anwendbarkeit sehr weitreichende Konsequenzen.

Da h_S und H_S rotationssymmetrisch sind, ist es vorteilhaft, beide Funktionen in Polarkoordinaten auszudrücken und nur die Radialkomponenten $h_{rS}(r)$ bzw. $H_{rS}(\omega_r)$ zu betrachten. Es gilt mit $r^2 = x^2 + y^2$ und $\varphi = \arctan y/x$

$$h_{rS}(r) = \int_0^{2\pi} h_B[t=r \cdot \cos(\varphi+\vartheta), u=r \cdot \sin(\varphi+\vartheta)] d\vartheta \quad (3.24 \text{ a})$$

$$= \int_0^{2\pi} h_B[t=r \cdot \cos(\varphi+\vartheta), u=r \cdot \sin(\varphi+\vartheta)] d\varphi \quad (3.24 \text{ b})$$

Da Aspektwinkel ϑ und Polarwinkel φ stets als Summe auftreten, kann zur Berechnung von h_{rS} die Integration über ϑ ersetzt werden durch Integration über φ . Da ferner die Integration über den Vollkreis läuft, darf der jeweils konstante Winkel beliebig, also insbesondere zu Null gewählt werden. Gl. (3.24 b) besagt anschaulich, daß die Werte der Summations-PBF h_{rS} auf einem Kreis um den Ursprung mit Radius r gleich dem Mittelwert der Funktionswerte der Teilbild-PBF h_B auf dem selben Kreis sind (Abb.3-4).

Das selbe gilt wieder entsprechend für die PÜF, so daß man erhält

$$H_{rS}(\omega_r) = \int_0^{2\pi} H_B(\omega_r \cdot \cos\Phi, \omega_r \cdot \sin\Phi) d\Phi \quad (3.25 \text{ a})$$

Φ ist dabei der Polarwinkel der Ortsfrequenzebene, und ϑ wurde zu Null gesetzt. Im Hinblick auf spätere Anwendungen dieser Gleichung ist es sinnvoll, noch zwei andere Formen anzugeben, die aus (3.25 a) durch Wechsel der Integrationsvariablen hervorgehen

$$H_{rS}(\omega_r) = \int_{-\omega_r}^{\omega_r} [H_B(\omega_t \sqrt{\omega_r^2 - \omega_t^2}, \omega_t) + H_B(\omega_t \sqrt{\omega_r^2 - \omega_t^2}, -\omega_t)] \cdot (\omega_r^2 - \omega_t^2)^{-1/2} d\omega_t \quad (3.25 \text{ b})$$

$$= \int_{-\omega_r}^{\omega_r} [H_B(\sqrt{\omega_r^2 - \omega_u^2}, \omega_u) + H_B(\sqrt{\omega_r^2 - \omega_u^2}, -\omega_u)] \cdot (\omega_r^2 - \omega_u^2)^{-1/2} d\omega_u \quad (3.25 \text{ c})$$

Wie bei allen zweidimensionalen rotationssymmetrischen Funktionen ist schließlich die Radialkomponente der PBF mit der Radialkomponente der PÜF über die Hankeltransformation verknüpft, so daß eine vollständige Beschreibung des Summationsbildes im Orts- und Ortsfrequenzbereich jeweils auf mehreren Wegen möglich ist, nämlich entweder durch direkte Berechnung des Integrals (3.24) bzw. (3.25) oder durch Hankeltransformation von dem einem Bereich in den anderen (siehe auch Abschnitt 3.5.1).

Von besonderem Interesse ist noch der Fall, daß die Teilbild-PÜF eine durch den Nullpunkt verlaufende Linienmasse darstellt

$$H_B(\omega_t, \omega_u) = H_{Bt}(\omega_t) \cdot \delta(\omega_u) \quad (3.26)$$

(Wegen der Rotationssymmetrie der Summations-PÜF ist die Orientierung der Linienmasse in der Ebene ohne Bedeutung). Aus (3.25 c) ergibt sich

$$H_{RS}(\omega_r) = \int_{-\omega_r}^{\omega_r} [H_{Bt}(\sqrt{\omega_r^2 - \omega_u^2}) + H_{Bt}(-\sqrt{\omega_r^2 - \omega_u^2})] \cdot (\omega_r^2 - \omega_u^2)^{-1/2} \cdot \delta(\omega_u) d\omega_u \quad (3.27 a)$$

$$= [H_{Bt}(\omega_r) + H_{Bt}(-\omega_r)] \cdot \omega_r^{-1} \quad (3.27 b)$$

(3.27 b) folgt aus (3.27 a) mit der Ausblendeigenschaft der Deltafunktion. Man erhält in diesem Fall als Summations-PÜF einfach die mit dem Abstand vom Nullpunkt gewichtete Belegung der Linienmasse. Dieses Resultat ist insofern von Bedeutung, als bei vielen in der Praxis auftretenden Teilbild-Punktbildfunktionen die Auflösung in einer Richtung viel größer als in der dazu senkrechten ist. Die Teilbild-PÜF kann dann näherungsweise durch eine gewichtete Linienmasse dargestellt und die Summations-PÜF mit Gln. (3.27 b) abgeschätzt werden. Eine entsprechende Beziehung gilt im Ortsbereich für die Summations-PBF, falls die Teilbild-PBF eine gewichtete Linienmasse ist.

Mit Hilfe von Gln. (3.24) läßt sich nun die PBF des Summationsbildes für das in Abschnitt 2.8 eingeführte idealisierte Abbildungssystem berechnen. Setzt man die PBF nach Gln. (2.84) in (3.24) ein, so ergibt sich (bei Ausnutzung der Symmetriebeziehungen) mit $\vartheta=0$

$$\begin{aligned} h_{rm}(r) &= \int_0^{2\pi} \frac{1}{a} \cdot \exp(-\pi \frac{r^2 \cos^2 \varphi}{a^2}) \cdot \exp(-\pi \frac{r^2 \sin^2 \varphi}{b^2}) d\varphi \\ &= \frac{4}{a} \cdot \int_0^{\pi/2} \exp[-(\frac{\pi r^2}{2a^2}) \cdot 2\cos^2 \varphi - (\frac{\pi r^2}{2b^2}) \cdot 2\sin^2 \varphi] d\varphi \end{aligned} \quad (3.28)$$

Kürzt man die Ausdrücke in den runden Klammern mit z_a bzw. z_b ab und setzt $2 \cdot \cos^2 \varphi = 1 + \cos 2\varphi$ bzw. $2 \cdot \sin^2 \varphi = 1 - \cos 2\varphi$, so folgt

$$\begin{aligned} h_{rm}(r) &= \frac{4}{a} \cdot \int_0^{\pi/2} \exp[-z_a - z_a \cos 2\varphi - z_b + z_b \cos 2\varphi] d\varphi \\ &= \frac{4}{a} \cdot \exp(-z_b - z_a) \cdot \int_0^{\pi/2} \exp[(z_b - z_a) \cos 2\varphi] d\varphi \\ &= \frac{4}{a} \cdot \exp(-z_b - z_a) \cdot 0.5 \int_0^{\pi} \exp[(z_b - z_a) \cos \varphi] d\varphi \end{aligned} \quad (3.29)$$

Das Integral in (3.29) ist nun (bis auf einen Faktor) identisch mit der Integraldarstellung der modifizierten Besselfunktion (/13/, S.376)

$$I_0(z) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \exp(z \cdot \cos \varphi) \, d\varphi \quad (3.30)$$

so daß man unter Verwendung dieser Funktion auch schreiben kann

$$h_{rm}(r) = \frac{2\pi}{a} \cdot \exp(-z_b - z_a) \cdot I_0(z_b - z_a) \quad (3.31)$$

$$\text{mit } z_a = \frac{\pi}{2} (r/a)^2 \quad \text{und} \quad z_b = \frac{\pi}{2} (r/b)^2$$

Mit der Reihenentwicklung für I_0

$$I_0(z) = e^z \cdot (2\pi z)^{-1/2} \cdot (1 + \frac{1}{8z} + \dots) \quad (3.32)$$

gilt für großes Argument von I_0 , d.h. für großes r

$$h_{rm}(r) \approx \frac{2}{r} \frac{b}{\sqrt{b^2 + a^2}} \quad (3.33)$$

Die Berechnung der Summations-PÜF dieses Systems verläuft völlig analog und liefert das Ergebnis

$$H_{rm}(\omega_r) = 2\pi b \cdot \exp(-Z_b - Z_a) \cdot I_0(Z_b - Z_a) \quad (3.34)$$

$$\text{mit } Z_a = \frac{a^2 \omega_r^2}{8\pi} \quad \text{und} \quad Z_b = \frac{b^2 \omega_r^2}{8\pi}$$

Die Behandlung der Sonderfälle $a \rightarrow 0$ oder $b \rightarrow \infty$ erfolgt in trivialer Weise aus den allgemeinen Gleichungen (3.31) bzw. (3.34). Von speziellem Interesse ist wieder der Fall, daß sowohl PBF als auch PÜF der Teilbilder gleichgewichtete Linienmassen sind, daß also gleichzeitig $a \rightarrow 0$ und $b \rightarrow \infty$ strebt (konventionelle CT). Es folgt dann aus (3.31) bzw. (3.34) das bekannte Ergebnis

$$h_{rm,o}(r) = 2/r \quad (3.35 \text{ a})$$

$$H_{rm,o}(\omega_r) = 2\pi \cdot 2/\omega_r \quad (3.35 \text{ b})$$

(Dieses Resultat erhält man natürlich auch direkt aus der Anwendung von Gln. (3.27 b)). Die Gleichungen (3.35) sind die PÜF bzw. PBF der kombinierten Operationen "Projektion/Rückprojektion" $\mathcal{B}\{\mathcal{R}\{..\}\}$ der konventionellen CT nach Gln. (3.4) ("Vulkankegel"). Damit ist gezeigt, daß die Rückprojektion $\mathcal{B}\{..\}$ der konventionellen CT (bezeichnenderweise häufig ebenfalls "Summation" genannt) lediglich einen Spezialfall der hier in Gln. (3.19) definierten Summationsoperation $\mathcal{S}\{..\}$ darstellt, und zwar für eine Teilbild-PÜF nach Gln. (2.93).

In Abb. 3-5 ist die Summations-PBF h_{rm} des idealisierten Abbildungssystems nach Gln. (3.31) dem Verlauf der Teilbild-PBF h_{bm} nach Gln. (2.84) längs der y-Achse bzw. der x-Achse, also in Richtung der schlechtesten bzw. besten Auflösung, gegenübergestellt (jeweils für $b=5a$). Zahlenwerte für die Auflösung sind in Tabelle 3-1 aufgelistet. Es fällt auf, daß der "Sockel" der Summations-PBF gegenüber dem axialen Profil der Teilbild-PBF stark verbreitert ist.

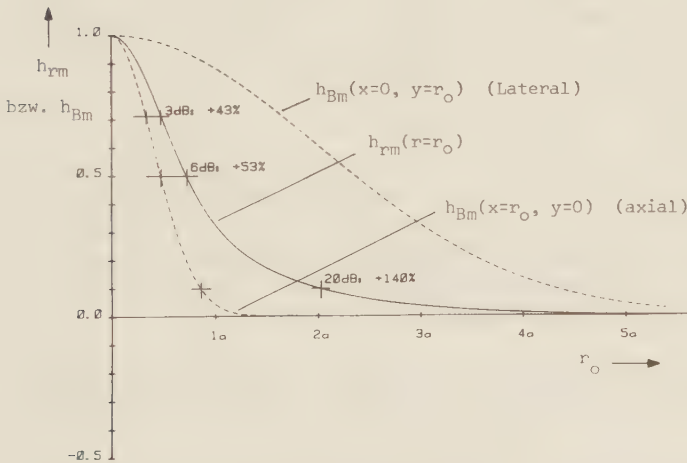


Abb. 3-5 Vergleich von Teilbild-PBF und Summations-PBF des Modellsystems aus Abschnitt 2.8

	axial	lateral	Summations-PBF
3 dB Punkt	0.66 a	3.32 a	0.95 a
6 dB Punkt	0.94 a	4.70 a	1.44 a
20 dB Punkt	1.71 a	8.56 a	4.11 a

Tab. 3-1 Auflösung von Teilbild-PBF bzw. Summations-PBF des Modellsystems nach Gl.n.(2.84) bzw. (3.31) mit $b=5a$.
(Distanz zwischen den 3dB, 6dB und 20dB Punkten der jeweiligen Funktion beidseits des Nullpunkts)

3.3.2 Inverse Filterung des Summationsbildes

Im folgenden wird davon ausgegangen, daß die Objektfunktion bandbegrenzt mit ω_{obj} ist, d.h.

$$F_{obj}(\omega_x, \omega_y) \equiv 0 \quad \text{für} \quad \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2} > \omega_{obj} \quad (3.36)$$

und daß ω_{obj} kleiner als die maximale Ortsfrequenz ω_{max} der Summations-PÜF ist. Das bedeutet, daß die Objektfunktion grundsätzlich exakt rekonstruierbar ist. Dazu wäre jedoch Voraussetzung, daß gilt

$$H_S(\omega_x, \omega_y) = \begin{cases} 1 & \text{für } \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2} \leq \omega_{obj} \\ \text{beliebig} & \text{für } \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2} > \omega_{obj} \end{cases} \quad (3.37)$$

Wie das vorangegangene Beispiel aber zeigt, fällt die Summations-PÜF für ein "realistisches" Teilbild-Abbildungssystem zu hohen Ortsfrequenzen hin rasch ab. Die damit verbundene relativ schlechte Auflösung im Summationsbild kann jedoch durch nachfolgende lineare Bildverarbeitungsmaßnahmen auf einfache Weise kompensiert werden. (Eine nichtlineare Bildverarbeitung soll hier außer Betracht bleiben).

Dazu ist lediglich das Summationsbild einer nachfolgenden zweidimensionalen Filterung zu unterwerfen, wobei dafür zu sorgen ist, daß das zusätzliche Filter eine PÜF $H_i(\omega_x, \omega_y)$ besitzt, die im Innern des Kreises mit Radius ω_{obj} invers zu H_S verläuft. Im Sperrbereich ist der Verlauf von H_i beliebig (H_i muß aber natürlich endlich sein), insbesondere kann H_i hier so gewählt werden, daß ein physikalisch realisierbares zweidimensionales Filter resultiert (Abb. 3-6).

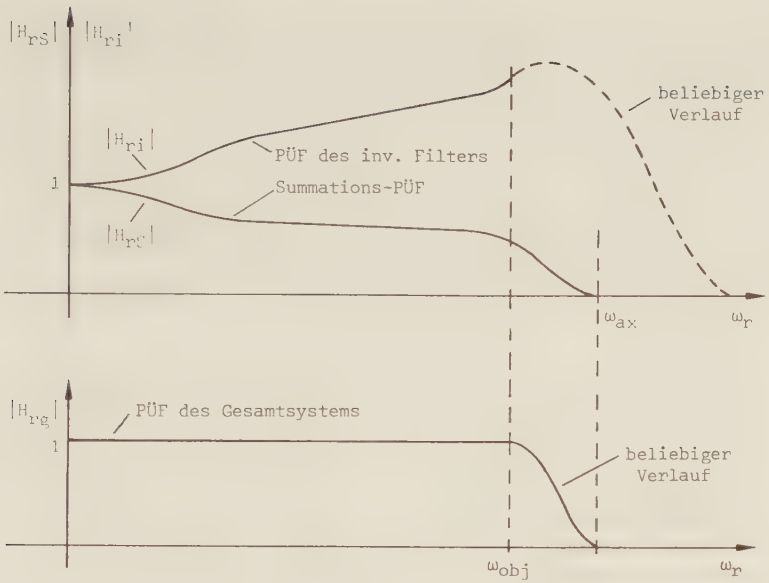


Abb. 3-6 Zur Realisierung eines inversen Filters

$$H_{ri}(\omega_r) = \begin{cases} H_{rs}^{-1}(\omega_r) & \text{für } \omega_r \leq \omega_{obj} \\ \text{beliebig} & \text{für } \omega_r > \omega_{obj} \end{cases} \quad (3.38)$$

(H_{ri} ist die Radialkomponente von H_i in Polarkoordinaten). Ein solches Filter wird als "inverses Filter" bezeichnet, die zugehörige Operation als "inverse Filterung" oder "Entfaltung" (Dekonvolution).

Es wird damit die PÜF H_g des gesamten Abbildungssystems, bestehend aus Teilbildmessung, Summation und inverser Filterung

$$H_g(\omega_x, \omega_y) = H_s \cdot H_i = \begin{cases} 1 & \text{für } \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2} \leq \omega_{obj} \\ 0 & \text{für } \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2} > \omega_{ax} \\ \text{undefiniert} & \text{sonst} \end{cases} \quad (3.39)$$

und die rekonstruierte Objektfunktion ist - wie angestrebt - gleich der Objektfunktion selbst. Ist $h_i(x,y)$ die PBF des inversen Filters, so läßt sich in Analogie zu (3.6) die Umkehroperation der Teilbildmessung schreiben als

$$\mathcal{T}^{-1}\{..\} = \mathcal{Y}\{..\} ** h_i(x,y) \quad (3.40)$$

Die Realisierung eines inversen Filters nach (3.38) kann allerdings trotz des beliebigen Verlaufs für $\omega_r > \omega_{obj}$ Schwierigkeiten bereiten, falls nämlich H_{rS} Nullstellen bei $\omega_{r0} < \omega_{obj}$ besitzt. Nullstellen in der Summations-PÜF können aus 2 Gründen auftreten:

- Der Integrand in Gl. (3.25) ist für $\omega_r = \omega_{r0}$ stets gleich Null, d.h. die Teilbild-PÜF ist überall auf dem Kreis mit Radius ω_{r0} identisch Null. Bei einer realen B-Bild-PÜF sind solche Nullstellen nicht zu erwarten.
- Die Integration (3.25) liefert trotz eines i.a. von Null verschiedenen Integranden den Wert Null, da der Mittelwert von H_S auf dem Kreis mit $\omega_r = \omega_{r0}$ Null ist. Solche Nullstellen sind eine Eigenheit der Summationsoperation. Sie könnten bei einer anderen Verarbeitung der Teilbilder vermieden werden.

Unabhängig von der Art einer eventuellen Nullstelle in H_S führt diese dazu, daß durch kein physikalisch realisierbares Filter mehr eine exakte Rekonstruktion der Objektfunktion erreicht werden kann. Ein "reales inverses Filter" kann jedoch folgendermaßen definiert werden:

$$H_{ri}(\omega_r) = \begin{cases} H_{rS}^{-1} & \text{für } \frac{|H_{rS}(\omega_r)|}{\max\{|H_{rS}(\omega_r)|\}} \geq \epsilon \\ \text{beliebig} & \text{für } \frac{|H_{rS}(\omega_r)|}{\max\{|H_{rS}(\omega_r)|\}} < \epsilon \text{ oder } \omega_r > \omega_{obj} \end{cases} \quad (3.41)$$

ϵ ist eine kleine positive Zahl, die man in der Praxis etwa in der Größenordnung der Meßunsicherheiten bzw. des Rauschens wählen wird. Für die PÜF $H_{rS} \cdot H_{ri}$ des Gesamtsystems, bestehend aus Summation und inverser Filterung nach (3.41), ergibt sich ein Verlauf, wie in Abb. 3-7 dargestellt. Die Gesamt-PÜF weist nun in der Nähe der Nullstellen von H_{rS} Lücken auf. Diese, und die dadurch im Bild hervorgerufenen Fehler, können jedoch durch entsprechende Wahl von ϵ im Prinzip beliebig klein gemacht werden.

Die bisher zugrundegelegte Voraussetzung (3.36), unter der eine exakte Rekonstruktion der Objektfunktion möglich war, ist in der Praxis bei Anwendung des Konzepts auf Ultraschall-B-Bilder i.a. nicht erfüllt. Vielmehr besitzt die Objektfunktion meist wesentlich höhere Ortsfrequenzkomponenten, als durch die Teilbild-PÜF erreichbar sind. Damit ist prinzipiell keine exakte, sondern nur noch eine hinsichtlich eines noch zu bestimmenden Kriteriums optimale Rekonstruktion der Objektfunktion zu erreichen. Für die Gesamt-PÜF H_g des Systems gilt nunmehr

$$H_g(\omega_x, \omega_y) = \begin{cases} H_{RT}(\sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2}) & \text{für } \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2} \leq \omega_{\max} \\ 0 & \text{für } \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2} > \omega_{\max} \end{cases} \quad (3.42)$$

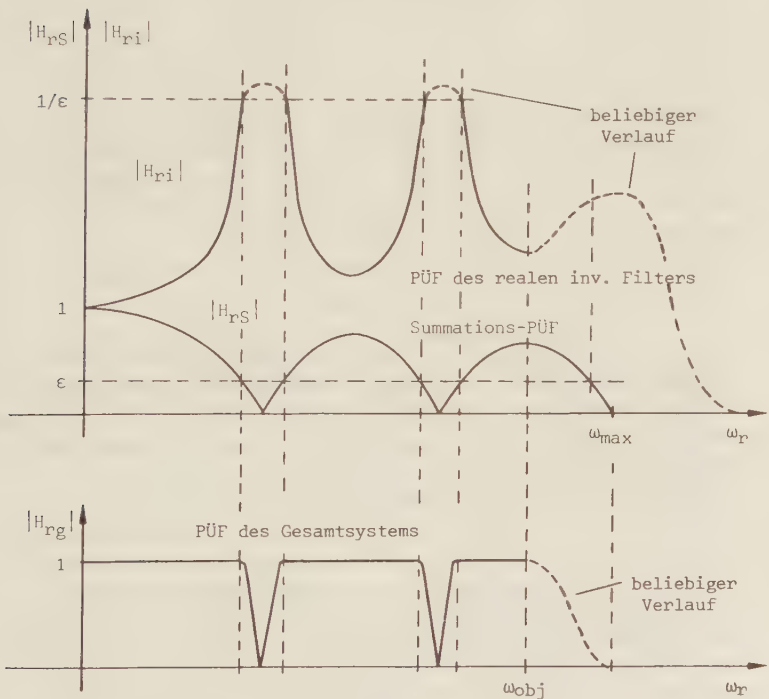


Abb. 3-7 Realisierung eines inversen Filters bei Nullstellen in der Summations-PÜF

und für das daraus resultierende inverse Filter folgt

$$H_{r1}^{-1}(\omega_r) = \begin{cases} H_{rT} / H_{rS} & \text{für } \omega_r \leq \omega_{\max} \\ \text{beliebig} & \text{für } \omega_r > \omega_{\max} \end{cases} \quad (3.43)$$

wobei H_{rT} eine vom Optimierungskriterium abhängige, rotationssymmetrische Funktion ist. Aus Gründen, auf die in Abschnitt 3.5.1 näher eingegangen wird, ist es i.a. nicht sinnvoll, $H_{rT} \equiv 1$ zu wählen.

3.4 Rekonstruktion mit Vorfilterung und Summation

3.4.1 Allgemeine Teilbild-Punktübertragungsfunktion

Wie bereits in Abschnitt 3.2 angedeutet, wird bei der konventionellen CT neben der in Abb. 3-1 b skizzierten Operationenfolge Projektion-Rückprojektion-Filterung auch die vertauschte Folge Projektion-Filterung-Rückprojektion mit Erfolg verwendet (Abb. 3-1 c). Dabei wird jede gemessene Projektion vor der Rückprojektion einer (für alle Projektionen gleichen) eindimensionalen Filterung unterworfen. Durch geeignete Wahl des Filters läßt sich die Gesamt-PÜF des Systems mit gewissen Einschränkungen beliebig beeinflussen.

Auf die verallgemeinerte CT übertragen würde dies bedeuten, daß nun jedes gemessene Teilbild mit einem zweidimensionalen Filter mit der PÜF $F_k(\omega_t, \omega_u)$ zu filtern ist und diese gefilterten Teilbilder dann gemäß Gleichung (3.19) aufzusummieren sind. In Analogie zur konventionellen CT soll dabei die Filterfunktion nur von den Koordinaten (t, u) des mitgedrehten Koordinatensystems abhängen. Durch diese Festlegung kann das "Korrekturfilter" $F_k(\omega_t, \omega_u)$ auch lediglich als geeignete Modifikation des Teilbild-Abbildungssystems angesehen werden. Während die Teilbild-PÜF H_g jedoch im allgemeinen durch physikalische Gegebenheiten bestimmt wird, stellt F_k gewissermaßen den durch technische Mittel beeinflussbaren Teil des so modifizierten Abbildungssystems dar. Die Frage ist nun, ob unter diesen Voraussetzungen ebenfalls eine weitgehend beliebige Beeinflussung der Gesamt-PÜF möglich ist, und wenn ja, wie das Korrekturfilter zu wählen ist.

Der Aufwand für die Realisierung scheint zunächst erheblich höher als für die vorher besprochene Summation mit nachfolgender Filterung, da im einen Fall jedes Teilbild, im anderen aber nur das Summationsbild einer zweidimensionalen Filterung unterworfen wird. Läßt sich jedoch das Korrekturfilter als Funktion nur eines unabhängigen Parameters ω_v in der Form

$$F_k(\omega_v) = F_k(\omega_t \cdot \cos \alpha + \omega_u \cdot \sin \alpha) \quad (3.44)$$

mit beliebigem aber festem α darstellen, dann kann unter gewissen Umständen der erforderliche Rechenaufwand drastisch reduziert werden. Wir wollen zunächst von einem solchen Filter ausgehen und im Anschluß daran untersuchen, welche Einschränkungen hinsichtlich der Realisierbarkeit einer beliebigen Gesamt-PÜF diese Annahme mit sich bringt.

Da die Korrekturfunktion relativ zum Koordinatensystem (t, u) konstant bleibt, kann die Gesamt-PÜF des Systems, die hier zugleich die Summations-PÜF der gefilterten Teilbilder ist, ganz analog zu Gln. (3.25 a) geschrieben werden, indem man die ursprüngliche Teilbild-PÜF durch die mit dem Korrekturfilter multiplizierte Teilbild-PÜF ersetzt. Man erhält so

$$H_{rS}^1(\omega_r) = \int_0^{2\pi} H_B(\omega_r \cdot \cos \phi, \omega_r \cdot \sin \phi) \cdot F_k(\omega_r \cdot \cos(\phi - \alpha)) d\phi \stackrel{!}{=} H_{rg}(\omega_r) \quad (3.45)$$

Schreibt man nun umgekehrt als erwünschte rotationssymmetrische PÜF des Gesamtsystems eine Funktion H_{rg} vor (z.B. die PÜF nach Gln. (3.39)), dann stellt (3.45) bei bekannter Teilbild-PÜF H_B in weitestgehender Allgemeinheit eine Integralgleichung zur Bestimmung von F_k dar. Diese Integralgleichung ist nur für einige – für die Praxis aber bedeutsame – Spezialfälle geschlossen lösbar. Die numerische Auswertung ist dagegen häufig mit relativ geringem Aufwand möglich und liefert hinreichend exakte Lösungen. Dieser Weg ist ohnehin der einzig gangbare, falls H_B meßtechnisch bestimmt wurde.

Gleichung (3.45) ist selbstverständlich nicht für beliebig vorgegebene H_{rg} und H_B lösbar. Insbesondere führen physikalisch sinnlose Forderungen zur Unlösbarkeit. So darf H_{rg} beispielsweise keine höhere Grenzfrequenz als die Grenzfrequenz $\omega_{\max}$ der Summations- bzw. der B-Bild-PÜF besitzen. Auch singuläre Nullstellen der B-Bild-PÜF sind problematisch. Insbesondere muß an Nullstellen, die durch Verschwinden der B-Bild-PÜF längs des

gesamten Integrationsweges zustandekommen (vgl. Abschnitt 3.3.2), auch H_g Null sein. Dagegen können Nullstellen aufgrund des verschwindenden Mittelwerts wegen der nunmehr anderen Gewichtung der Teilbild-Ortsfrequenzkomponenten durch das Korrekturfilter i.a. unberücksichtigt bleiben.

Anstelle der eher mathematischen Fragestellung, wann die Integralgleichung (3.45) (ggf. eindeutig) lösbar ist, steht unter technischen Gesichtspunkten die Frage im Vordergrund, in welchem Bereich von ω_r sich eine beliebig (aber sinnvoll) vorgeschriebene Gesamt-PÜF H_{rg} durch geeignete Wahl von F_k grundsätzlich realisieren läßt, bzw. wie eine gute Approximation an ein bestimmtes, erwünschtes H_{rg} erreicht werden kann.

Zur Klärung dieser Frage untersuchen wir zunächst anhand von Gleichung (3.45), wie sich eine Änderung von F_k auf die Gesamt-PÜF H_{rg} auswirkt. Für beliebiges $\omega_r = \omega_0$ ist das Argument von F_k wegen der Multiplikation mit der Kosinusfunktion stets betragsmäßig kleiner oder gleich ω_0 . Wir definieren nun eine Korrekturfunktion F_{k1}

$$F_{k1}(\omega_v) \quad \left\{ \begin{array}{ll} = F_k(\omega_v) & \text{für } |\omega_v| \leq \omega_0 \\ \neq F_k(\omega_v) & \text{für } |\omega_v| > \omega_0 \end{array} \right. \quad (3.46)$$

die mit F_k für betragsmäßig kleine Argumente übereinstimmt und nur für $|\omega_v| > \omega_0$ von ihr abweicht. Diese Korrekturfunktion bewirkt bei gleicher Teilbild-PÜF ein H_{rg}' , das mit dem ursprünglichen H_{rg} nach Gln. (3.45) ebenfalls für $\omega_r \leq \omega_0$ übereinstimmt und sich höchstens für größere Argumente unterscheidet, da erst dann die abweichende Korrekturfunktion F_{k1} zum Tragen kommt

$$H_{rg}'(\omega_r) \quad \left\{ \begin{array}{ll} = H_{rg}(\omega_r) & \text{für } |\omega_r| \leq \omega_0 \\ \neq H_{rg}(\omega_r) & \text{für } |\omega_r| > \omega_0 \end{array} \right. \quad (3.47)$$

Diese Tatsache kann man sich zunutze machen, um bei gegebener Teilbild-PÜF H_g eine Korrekturfunktion zu berechnen, die eine erwünschte Gesamt-PÜF H_{rg} zur Folge hat.

Wir setzen dazu zunächst wieder eine Teilbild-PÜF voraus, die außerhalb eines elliptischen Bereichs Null ist (Abb. 3-8). α wurde vorerst zur Vereinfachung gleich Null gesetzt, weshalb die v- und t-Koordinatenachsen zusammenfallen. Weiterhin wird unterstellt, daß (bei vorgegebenem H_{rg}) bereits ein F_k gefunden wurde, das Gln.(3.45) für alle $\omega_r \leq \omega_0$ erfüllt. Es

soll nun F_k so verändert werden, daß (3.45) auch an der Stelle $\omega_1 = \omega_0 + \Delta\omega_r$ erfüllt ist. Dazu wird die rechte Seite von (3.45) in 4 Teilintegrale aufgespalten (vgl. Abb. 3-8)

$$\begin{aligned}
 H_{rg}(\omega_1) &= \int_0^{2\pi} [H_B(\omega_1 \cdot \cos\phi, \omega_1 \cdot \sin\phi) \cdot F_k(\omega_1 \cdot \cos\phi)] d\phi \\
 &= \int_{-\gamma}^{\gamma} [...] d\phi + \int_{\gamma}^{\pi-\gamma} [...] d\phi + \int_{\pi-\gamma}^{\pi+\gamma} [...] d\phi + \int_{\pi+\gamma}^{2\pi-\gamma} [...] d\phi
 \end{aligned} \quad (3.48)$$

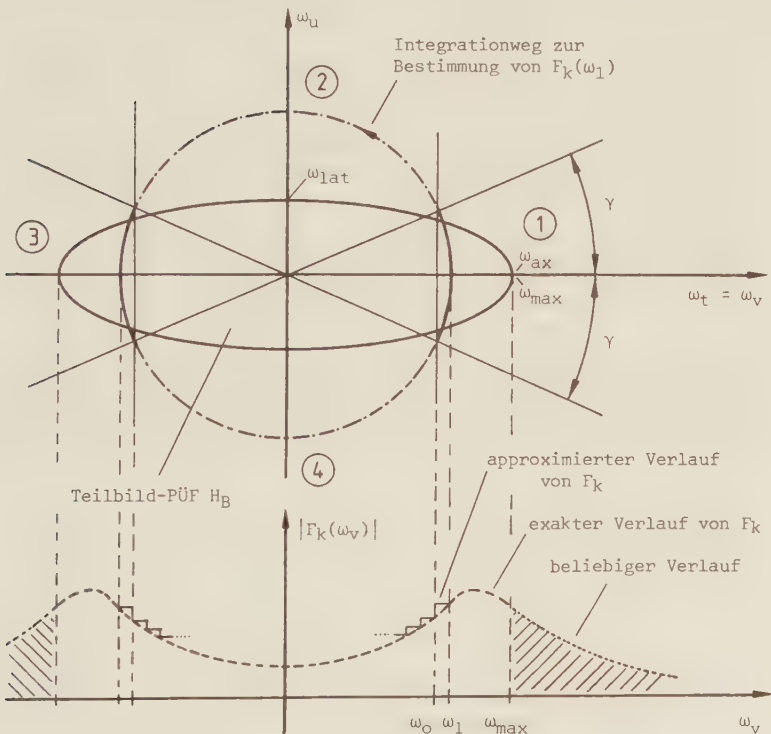


Abb. 3-8 Zur Bestimmung der Korrekturfunktion $F_k(\omega_v)$

γ ist der Winkel, bei dem der Kreis mit Radius $\omega_0 + \Delta\omega_r$ die Gerade $\omega_t = \omega_0$ schneidet.

$$\gamma = \arccos \frac{\omega_0}{\omega_0 + \Delta\omega_r} = \arccos \frac{\omega_0}{\omega_1} \quad (3.49)$$

Mit γ nach Gln. (3.49) ist das Argument von F_k im 1. und 3. Teilintegral von (3.48) stets betragsmäßig größer oder gleich ω_0 , im 2. und 4. stets kleiner oder gleich ω_0 , wie aus geometrischen Überlegungen unmittelbar einzusehen ist. (Der Integrationsweg im 1. und 3. Teilintegral von (3.48) ist in Abb. 3-8 stark ausgezogen, im 2. und 4. strichpunktirt). $F_k(\omega_r)$ darf für $|\omega_r| > \omega_0$ beliebig gewählt werden, ohne $H_{rg}(\omega_r)$ im Bereich $\omega_r \leq \omega_0$ zu verändern, also insbesondere

$$F_k(\omega_r) = F_k(\omega_1) = \text{const}_1 \quad \text{für } \omega_0 < \omega_r \leq \omega_1 \quad (3.50)$$

$$F_k(\omega_r) = F_k(\omega_1) = \text{const}_2 \quad \text{für } -\omega_0 > \omega_r \geq -\omega_1$$

Damit kann F_k vor das 1. bzw. 3. Integral in (3.48) gestellt werden und man erhält

$$\begin{aligned} H_{rg}(\omega_r) = & F_k(\omega_1) \cdot \int_{-\gamma}^{\gamma} H_B(\omega_1 \cdot \cos \phi, \omega_1 \cdot \sin \phi) d\phi + \int_{\gamma}^{\pi+\gamma} [...] d\phi \\ & + F_k(-\omega_1) \cdot \int_{\pi-\gamma}^{\pi+\gamma} H_B(\omega_1 \cdot \cos \phi, \omega_1 \cdot \sin \phi) d\phi + \int_{\pi+\gamma}^{2\pi-\gamma} [...] d\phi \end{aligned} \quad (3.51)$$

In (3.51) sind alle Terme außer $F_k(\omega_1)$ und $F_k(-\omega_1)$ bekannt. Man kann den einen dieser beiden weitgehend beliebig wählen und dann den anderen berechnen. Eine andere Möglichkeit besteht z.B. darin, Symmetrie für F_k zu fordern, also

$$F_k(\omega_1) = F_k(-\omega_1) \quad (3.52)$$

Unter der Nebenbedingung (3.52) erhält man aus (3.51) den Wert von F_k an der Stelle ω_1 zu

$$F_k(\omega_1) = \frac{H_{rg}(\omega_1) - \left(\int_{\gamma}^{\pi-\gamma} [...] d\phi + \int_{\pi-\gamma}^{2\pi-\gamma} [...] d\phi \right)}{\int_{-\gamma}^{\gamma} H_B(\omega_1 \cdot \cos \phi, \omega_1 \cdot \sin \phi) d\phi + \int_{\pi-\gamma}^{\pi+\gamma} H_B(\omega_1 \cdot \cos \phi, \omega_1 \cdot \sin \phi) d\phi} \quad (3.53)$$

mit der Abkürzung $[...] = H_B(\omega_1 \cdot \cos \phi, \omega_1 \cdot \sin \phi) \cdot F_k(\omega_1 \cdot \cos \phi)$.

Durch wiederholte Anwendung der Beziehung (3.53) kann F_k , von kleinen Argumenten her beginnend, rekursiv berechnet (extrapoliert) werden. Es gilt nämlich

$$F_k(0) = H_{rg}(0) / 2\pi \cdot H_B(0,0) \quad (3.54)$$

so daß bei gleichbleibender Schrittweite $\Delta\omega_r \cdot F_k$ in Form einer Treppenfunktion approximiert wird. Gleichung (3.45) wird dabei i.a. nur an den Stützstellen $n \cdot \Delta\omega_r$ exakt erfüllt sein. Durch Verkleinern der Schrittweite läßt sich aber eine beliebig genaue Annäherung an F_k erreichen. Dieses Verfahren eignet sich insbesondere auch zur Programmierung und somit zur numerischen Berechnung von F_k .

Gleichung (3.53) zeigt, daß im Prinzip eine Korrekturfunktion für beliebige H_{rg} berechnet werden kann, solange der Nenner von (3.53) nicht Null wird, d.h. solange die stark ausgezogenen Teile des Integrationsweges in Abb. 3-8 nicht vollständig außerhalb der Teilbild-PÜF verlaufen. In Abb. 3-8 ist dies der Fall, solange $\omega_r < \omega_{\max}$ gilt. Nach den obigen Überlegungen darf $F_k(\omega_v)$ für $|\omega_v| > \omega_{\max}$ beliebig gewählt werden, ohne $H_{rg}(\omega_r)$ im Bereich $\omega_r < \omega_{\max}$ zu verändern, also insbesondere so, daß ein physikalisch realisierbares Korrekturfilter resultiert.

Der andere Grenzfall, wenn nämlich $\alpha = \pi/2$ ist und somit ω_u mit ω_v zusammenfällt, ist ähnlich wie $\alpha=0$ relativ leicht überschaubar. Für $|\omega_v| < \omega_{lat}$ läßt sich eine Korrekturfunktion F_k nach dem oben beschriebenen Verfahren gewinnen und damit eine vorgeschriebene Gesamt-PÜF realisieren. Der Verlauf von F_k für $|\omega_v| > \omega_{lat}$ ist für die Summations-PÜF der gefilterten Teilbilder H_{rS}' nach Gln. (3.45) irrelevant und somit beliebig. H_{rS}' wird für $\omega_{lat} < \omega_r < \omega_{\max}$ aber i.a. von 0 verschieden sein, wobei der Verlauf sowohl von der Teilbild-PÜF als auch von F_k im Bereich $|\omega_v| < \omega_{lat}$ abhängt. Da dieser Teil von F_k jedoch bereits festgelegt wurde, um die vorgeschriebene Gesamt-PÜF im Bereich $\omega_r < \omega_{lat}$ zu erfüllen, läßt sich der Verlauf von H_{rS}' im Bereich $\omega_r > \omega_{lat}$ nicht mehr beeinflussen. (Umgekehrt könnte ggf. auch eine vorgeschriebene Gesamt-PÜF in einem Teilbereich zwischen ω_{lat} und $\omega_{\max}$ auf Kosten des Verlaufs für $\omega_r < \omega_{lat}$ erfüllt werden). Abb. 3-9 verdeutlicht nochmals die Verhältnisse für eine vorgeschriebene Gesamt-PÜF nach Gln. (3.39) und $\alpha = \pi/2$.

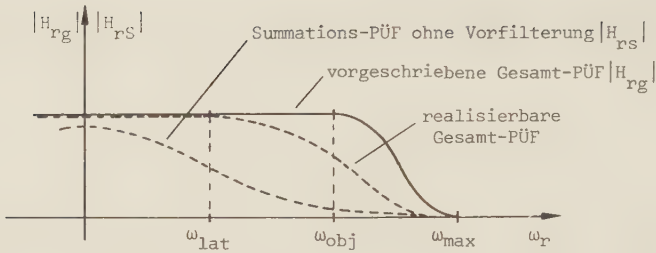


Abb. 3-9 Zur Realisierbarkeit einer vorgeschriebenen Gesamt-PÜF

Die Lösung des allgemeinen Problems, in welchem Bereich eine vorgeschriebene Gesamt-PÜF bei beliebiger Teilbild-PÜF und beliebigem Winkel α erfüllbar ist, erweist sich als sehr komplex und würde den hier vorgegebenen Rahmen bei weitem sprengen. Es ist festzustellen, daß die Filterung der Teilbilder mit einem Korrekturfilter nach Gl. (3.44) (vor der Summation) also einen gangbaren, wenn auch nicht unproblematischen Weg zur Erzielung einer gewünschten Gesamt-PÜF darstellt. Weiterhin ist offensichtlich, daß eine vorgeschriebene Gesamt-PÜF i.a. nur dann im gesamten Bereich bis $\omega_{\max}$ erfüllt werden kann, wenn die Filterung mindestens näherungsweise in Richtung der höchsten Ortsfrequenz-Komponente der Teilbild-PÜF erfolgt.

3.4.2 Separable Teilbild-Punktübertragungsfunktion

Im Gegensatz zum bisher behandelten Fall einer allgemeineren Teilbild-PÜF H_B soll nun angenommen werden, daß H_B in den Koordinaten ω_t , ω_u separabel ist, also

$$H_B(\omega_t, \omega_u) = H_{Bt}(\omega_t) \cdot H_{Bu}(\omega_u) \quad (3.55)$$

Diese Spezialisierung macht das Problem der Berechnung einer Korrekturfunktion erheblich leichter handhabbar. Es soll wieder ω_{ax} die Grenzfrequenz

quenz in ω_t -Richtung und ω_{lat} diejenige in ω_u -Richtung sein, weiterhin gelte $\omega_{ax} > \omega_{lat}$. Nach den Überlegungen des vorangegangenen Abschnitts wäre dann die günstigste Wahl für die Richtung der Korrekturfunktion der Winkel $\alpha_{opt} = \pm \arctan \omega_{lat}/\omega_{ax}$. In technischen Anwendungen, z.B. in der Ultraschall-Abbildung, ist ein solches Filter jedoch nur schwierig zu realisieren. Weitaus günstiger ist es, $\alpha = 0$ zu wählen und damit die Filterung nur in t -Richtung durchzuführen. (Es ist dann $\omega_v = \omega_t$). Man verliert damit zwar theoretisch die Möglichkeit, die Gesamt-PÜF auch noch in unmittelbarer Nähe der Grenzfrequenz $\omega_{max} = \sqrt{\omega_{ax}^2 + \omega_{lat}^2}$ zu beeinflussen, jedoch ist dieser unkorrigierbare Bereich umso kleiner, je größer das Verhältnis ω_{ax}/ω_{lat} ist. Bei typischen Ultraschall-Systemen beträgt (wie bereits erwähnt) ω_{ax}/ω_{lat} etwa 5, so daß ω_{ax} nur ca. 2% kleiner als ω_{max} ist.

Gemäß Abschnitt 2.6 ist – unter der Voraussetzung konstanter Schallgeschwindigkeit im Gewebe – die Ortsvariable t des Ultraschallbildes unmittelbar über eine multiplikative Konstante in der Form $t = \hat{t} \cdot c/2$ mit der Eintreffzeit $\hat{t}$ der Ultraschall-Echos verknüpft. Filterung mit einer Korrekturfunktion nach (3.44) mit $\alpha = 0$ bedeutet, daß jede Gerade $u = \text{const}$ im Bild mit der Funktion F_k gefiltert wird. Eine Gerade $u = \text{const}$ entspricht bei der Messung aber gerade einem Ultraschall-Echosignal. Aus diesem Grund kann die Korrekturfilterung auch unmittelbar auf das elektrische Zeitsignal angewendet werden. Ein solches Filter ist dann in einer der bekannten Filtertechnologien als elektrisches Filter realisierbar.

Bei einer separablen Teilbild-PÜF vereinfacht sich Gl'n. (3.45) zu

$$H_{rg}(\omega_r) = \int_0^{2\pi} H_{Bt}(\omega_r \cdot \cos\phi) \cdot H_{Bu}(\omega_r \cdot \sin\phi) \cdot F_k(\omega_r \cdot \cos\phi) \, d\phi \quad (3.56)$$

Zur weiteren Vereinfachung der Rechnung lassen sich $H_{Bt}(\omega_t)$ und $F_k(\omega_t)$ formal zu einer normierten Korrekturfunktion $F'_k(\omega_t)$ zusammenfassen

$$F'_k(\omega_t = \omega_r \cdot \cos\phi) = F_k(\omega_t = \omega_r \cdot \cos\phi) \cdot H_{Bt}(\omega_t = \omega_r \cdot \cos\phi) \quad (3.57)$$

aus der nach erfolgter Berechnung von F'_k die eigentliche Korrekturfunktion F_k wiedergewonnen werden kann. F'_k ist diejenige Korrekturfunktion, die sich ergibt, wenn die Axialkomponente der PÜF $H_{Bt} = 1$ ist. Es genügt also, eine Lösung für diesen Sonderfall zu bestimmen, die Korrekturfunk-

tion für beliebige Verläufe von H_{Bt} folgt dann durch einfache Division der normierten Korrekturfunktion durch H_{Bt} .

Die Integralgleichung für die normierte Korrekturfunktion $F_k'(\omega_t)$ lautet demnach

$$H_{rg}(\omega_r) = \int_0^{2\pi} H_{Bu}(\omega_r \cdot \sin\phi) \cdot F_k'(\omega_r \cdot \cos\phi) d\phi \quad (3.58)$$

Die numerische Lösung dieser Integralgleichung erfolgt ebenfalls nach dem Extrapolationsverfahren des vorhergehenden Abschnitts. Allerdings sind bei separabler Teilbild-PÜF für einige Spezialfälle von H_B auch analytische Lösungen angebar, wie im folgenden gezeigt werden soll.

Als einfachster Fall wird zunächst diejenige Klasse von Abbildungssystemen behandelt, deren PÜF - ggf. näherungsweise - durch eine gewichtete Linienmasse dargestellt werden kann. Wegen Gl. (3.57) braucht nur der Fall der gleichgewichteten Linienmasse betrachtet zu werden, was gerade wieder der konventionellen CT entspricht. Durch Einsetzen von Gl. (2.93) in (3.57) und Wechsel der Integrationsvariablen erhält man

$$\begin{aligned} H_{rg}(\omega_r) &= 2\pi \cdot \int_{-\omega_r}^{\omega_r} [F_k(-\sqrt{\omega_r^2 - \omega_u^2}) + F_k(\sqrt{\omega_r^2 - \omega_u^2})] \cdot (\omega_r^2 - \omega_u^2)^{-1/2} \cdot \delta(\omega_u) d\omega_u \\ &= 2\pi \cdot [F_k(-\omega_r) + F_k(\omega_r)] / \omega_r \end{aligned} \quad (3.59)$$

Die zweite Form von (3.59) resultiert aus der ersten wieder mit der Ausblendeigenschaft der Deltafunktion. Um eine eindeutige Lösung zu erhalten, müssen noch weitere Festlegungen über die Eigenschaften von F_k getroffen werden. Fordert man z.B. sinnvollerweise Symmetrie der Korrekturfunktion,

$$F_k(\omega_v) = F_k(-\omega_v) \quad (3.60)$$

so folgt durch Umstellen von (3.59) und Ersatz von ω_r durch ω_t

$$F_k(\omega_t) = \frac{1}{4\pi} |\omega_t| \cdot H_{rg}(|\omega_t|) \quad (3.61)$$

Mit $H_{rg} = \text{rect}(\omega_r/2)$ erhält man als Korrekturfilter das bekannte "RaLa-Filter" (vgl. Abschnitt 3.2.1), was natürlich nicht anders zu erwarten war. Der Fall beliebig gewichteter Linienmassen folgt aus (3.61) in trivialer Weise als

$$F_K(\omega_t) = \frac{1}{4\pi} |\omega_t| \cdot \frac{H_{rg}(|\omega_t|)}{H_{Bt}(\omega_t)} \quad (3.62)$$

Ein weiterer Sonderfall, für den eine explizite Lösung für F_K angegeben werden kann, ist das Modell-Abbildungssystem aus Abschnitt 2.8. Auch hier braucht wieder nur der Fall $H_{B1}(\omega_t) = 1$, also das spezielle System mit $a \rightarrow 0$ nach Gln. (2.88) betrachtet zu werden. Da dieses Teilbild-Abbildungssystem nicht bandbegrenzt ist, kann als gewünschte Gesamt-PÜF $H_{rg} = \text{const}$ angesetzt werden. Mit $H_{rg} = 2\pi$ erhält man dann als normierte Korrekturfunktion (siehe Anhang)

$$F_{km}'(\omega_t) = \frac{1}{b} \cdot \exp\left(-\frac{b^2 \omega_t^2}{4\pi}\right) + \frac{1}{2} \omega_t \cdot \text{erf}\left(\frac{b}{2\sqrt{\pi}} \omega_t\right) \quad (3.63)$$

Dabei ist $\text{erf}(z)$ das sog. Fehlerintegral, dessen Werte beispielsweise in /13/ tabelliert sind. Das Fehlerintegral konvergiert für große bzw. kleine Argumente sehr rasch gegen 1 bzw. -1 ($\text{erf}(2) \approx 0.995$), während gleichzeitig die e-Funktion gegen Null geht. Für $|\omega_t| > 2\pi/b$ kann somit F_{km}' mit hinreichender Genauigkeit durch eine Gerade mit der Steigung $1/2 \omega_t$ bzw. $-1/2 \omega_t$ approximiert werden

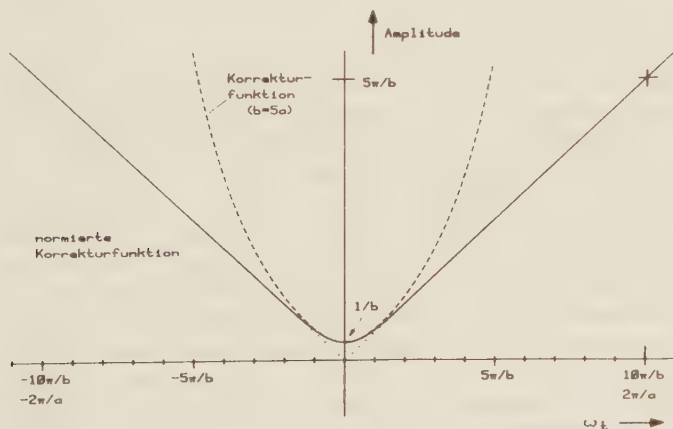


Abb. 3-10 normierte Korrekturfunktion F'_{km} des Modellsystems (Gln. 3.63) sowie Korrekturfunktion F_{km} (Gln. 3.65) zur Erzielung eines idealen Abbildungssystems $H_{rg} = 2\pi$

$$F_{km}'(\omega_t) \approx \frac{1}{2} |\omega_t| \quad \text{für } |\omega_t| > \frac{2\pi}{b} \quad (3.64)$$

Da schließlich die gaußförmig gewichtete Linienmasse im Ortsfrequenzbereich als Spezialfall des Modellsystems aufgefaßt werden kann, kommt man auch auf diesem Weg mit $b \rightarrow \infty$ zum Ergebnis (3.62).

Die Korrekturfunktion für das Modell-Abbildungssystem im allgemeinen Fall (Gln. 2.85) erhält man nach Gln. (3.57) aus (3.63) durch Division mit $\exp(-a^2 \omega_x^2 / 4\pi)$ und $\omega_x = \omega_t$, also zu

$$F_{km}(\omega_t) = F_{km}'(\omega_t) \cdot \exp\left(\frac{a^2 \cdot \omega_t^2}{4\pi}\right) \quad (3.65)$$

Die normierte Korrekturfunktion $F_{km}'(\omega_t)$, sowie die entnormierte Korrekturfunktion des Modellsystems für gaußförmige Axialkomponente der Teilbild-PÜF und ein Verhältnis der axialen und lateralen Halbwertsbreiten von 5:1 ist in Abb. 3-10 dargestellt. (Die Korrekturfunktionen müssen natürlich jenseits der höchsten Ortsfrequenzkomponente der Objektfunktion ω_{obj} gegen Null fallen, um praktisch realisierbare Filter zu ergeben.)

3.5 Nicht-bandbegrenzte Objektfunktionen

3.5.1 Die "optimale" Punktübertragungsfunktion

In Abschnitt 2.7 wurde festgestellt, daß ein Ultraschall B-Bild in der Praxis als zweidimensional bandbegrenzt mit der (Orts-) Grenzfrequenz ω_{max} gelten kann. Damit ergab sich bei der Rekonstruktion aus den Teilbildern eine Gesamt-PÜF, die ebenfalls mit ω_{max} bandbegrenzt war. Solange die Objektfunktion (mit der Grenzfrequenz ω_{obj}) auch bandbegrenzt ist und $\omega_{obj} < \omega_{max}$ gilt, läßt sich prinzipiell eine exakte Rekonstruktion der Objektfunktion erreichen. Ist dagegen die Objektfunktion nicht bandbegrenzt oder bandbegrenzt mit $\omega_{obj} > \omega_{max}$, so ist grundsätzlich keine exakte, sondern bestenfalls eine hinsichtlich eines bestimmten Kriteriums optimale Rekonstruktion der Objektfunktion möglich. (Die beiden Fälle

$\omega_{\text{obj}} \rightarrow \infty$ und ω_{obj} endlich, aber größer als ω_{max} können dabei gemeinsam betrachtet werden).

Wie in den vorhergehenden Abschnitten dieses Kapitels gezeigt wurde, hat man bei der Rekonstruktion der Objektfunktion aus der Gesamtheit der Teilbilder nach dem hier vorgeschlagenen verallgemeinerten CT-Konzept durch die Wahl geeigneter Parameter die Möglichkeit, eine im Innern des Kreises mit Radius ω_{max} weitgehend beliebige Gesamt-PÜF H_g zu erzielen. Es soll deshalb in diesem Abschnitt untersucht werden, wie H_g zu wählen ist, um allein unter der Randbedingung einer rotationssymmetrischen Bandbegrenzung mit ω_{max} eine "optimale" rekonstruierte Objektfunktion F_{rek} zu erhalten. Wir beschränken uns dabei allerdings ausschließlich auf eine rotations-symmetrische Gesamt-PÜF H_g mit der Radialkomponente $H_{rg}(\omega_r = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2})$.

Bekanntlich sind bei zweidimensionalen, rotationssymmetrischen Systemen die Radialkomponenten $H_{rg}(\omega_r)$ der PÜF und $h_{rg}(r)$ der PBF über die Hankeltransformation verknüpft. Die Hankeltransformation soll hier mit dem Operator $\mathcal{H}\{.\}$ symbolisiert werden, wobei gilt:

$$H_{rg}(\omega_r) = \mathcal{H}\{h_{rg}(r); \omega_r\} = \int_0^{\infty} r \cdot h_{rg}(r) \cdot J_0(\omega_r \cdot r) dr \quad (3.66)$$

mit der Besselfunktion nullter Ordnung J_0 . Es gilt ferner $\mathcal{H}^{-1}\{.\} = \mathcal{H}\{.\}$.

Wie sich mit Hilfe des Parseval-Theorems leicht zeigen läßt, ist das Bild f_{rek} dann die bestmögliche Approximation der Originalfunktion f_{obj} im Sinne des kleinsten quadratischen Fehlers, wenn die Beschneidung im Ortsfrequenzbereich mit einer reinen "Blendenfunktion" erfolgt, d.h. wenn H_g ein idealer zweidimensionaler Tiefpaß ist (Beugungsbegrenzung).

$$H_g(\omega_x, \omega_y) = \begin{cases} 1 & \text{für } \omega_x^2 + \omega_y^2 \leq \omega_{\text{max}}^2 \\ 0 & \text{für } \omega_x^2 + \omega_y^2 > \omega_{\text{max}}^2 \end{cases} \quad (3.67)$$

Dann wird die Radialkomponente

$$H_{rg}(\omega_r) = \text{rect}\left(\frac{\omega_r}{2\omega_{\text{max}}}\right) \quad (3.68)$$

In diesem Fall ist auch die Auflösung, z.B. ausgedrückt durch die Halbwertsbreite, optimal.*

* Dies gilt im übrigen auch im nicht rotationssymmetrischen Fall.

Eine derartige abrupte Bandbegrenzung hat allerdings den Nachteil, daß die PBF im Ortsbereich starke Welligkeiten aufweist. So erreicht z.B. der erste negative (und damit betragsmäßig größte) Überschwinger bei einem rotationssymmetrischen idealen Tiefpaß rund 13% des Wertes im Nullpunkt. Dies entspricht einem Verhältnis von Nebenmaximum zu Hauptmaximum von -17.6 dB. (Das Überschwingen ist damit geringer als beim eindimensionalen idealen Tiefpaß, wo der entsprechende Wert bekanntlich -13.5 dB, d.h. etwa 21% beträgt). Das Überschwingen äußert sich in Oszillationen des rekonstruierten Bildes in der Nähe hoher Kontrastunterschiede und wirkt störend. Für die Praxis ist es deshalb im allgemeinen vorteilhaft, auf eine optimale Approximation von $f_{obj}(x,y)$ und damit höchste Auflösung im Bild zugunsten einer geringeren Welligkeit der PBF zu verzichten.

Die Wahl einer günstigen Gesamt-PÜF läuft folglich auf die Minimisierung des "Flächen-Bandbreite-Produktes" von H_g hinaus. Damit wird erreicht, daß bei optimaler Ausnutzung des vorgegebenen Durchlaßbereichs (und somit höchster Auflösung) die PBF eine möglichst geringe Fläche einnimmt (und somit schnell abklingt). Definiert man die "äquivalente Bandbreite" B eines zweidimensionalen rotationssymmetrischen Systems als das Integral

$$B^2 = \frac{2\pi}{E} \cdot \int_0^{\infty} \omega_r^3 \cdot |F(\omega_r)|^2 d\omega_r \quad (3.69)$$

und die "äquivalente Fläche" als

$$A^2 = \frac{2\pi}{E} \cdot \int_0^{\infty} r^3 \cdot |\mathcal{H}\{F(\omega_r); r\}|^2 dr \quad (3.70)$$

mit der "Energie"

$$E = 2\pi \cdot \int_0^{\infty} \omega_r \cdot |F(\omega_r)|^2 d\omega_r \quad (3.71)$$

so erhält man als "Flächen-Bandbreite-Produkt" ($/11/$)

$$A \cdot B \geq 1 \quad (3.72)$$

Der Grenzfall $A \cdot B = 1$ wird nur für gaußförmige Radialkomponente der PÜF erreicht, also für ein nicht bandbegrenztes System. Der ideale rotationssymmetrische Tiefpaß hat ein Flächen-Bandbreite-Produkt von $\approx 2,5$.

Ein günstigeres Einschwingverhalten als ein idealer kreisförmiger Tiefpaß zeigen ganz allgemein Systeme, deren PÜF in der Nähe der Grenzfrequenz stetig gegen Null geht. Nachfolgend werden aus der Vielzahl solcher zweidimensionaler Filter einige für die Praxis relevante ausgewählt und hinsichtlich Auflösung und Überspringen analysiert. Es werden dabei nur solche rotationssymmetrische Tiefpässe betrachtet, deren PÜF reellwertig und positiv für $\omega_r < \omega_g$ und Null für $\omega_r > \omega_g$ sein soll (sog. "Fensterfunktionen"). Zum besseren Vergleich ist im weiteren die radiale Ortsfrequenzkomponente ω_r stets auf die Grenzfrequenz $\omega_g \leq \omega_{\max}$ bezogen, wobei gilt: $\Omega_r = \omega_r / \omega_g$.

Ein einfaches Filter, das die vorstehenden Forderungen erfüllt, ist das sog. Trapezfilter ("trapezförmig" bezieht sich, ebenso wie weitere derartige Bezeichnungen, jeweils auf die Radialkomponente des rotationssymmetrischen Filters). Es besitzt folgende PÜF

$$\text{trap}_q(\Omega_r) = \begin{cases} 1 & \text{für } 0 \leq |\Omega_r| \leq q \\ \frac{1-|\Omega_r|}{1-q} & \text{für } q \leq |\Omega_r| \leq 1 \\ 0 & \text{für } |\Omega_r| > 1 \end{cases} \quad (3.73)$$

Durch Variation des Parameters q im Bereich $0 \leq q \leq 1$ läßt sich das Einschwingverhalten des Trapezfilters in gewissen Grenzen steuern. In den beiden Grenzfällen $q = 0$ bzw. $q = 1$ entartet die Trapezfunktion zur Dreiecksfunktion

$$\text{tria}(\Omega_r) = \begin{cases} 1 - |\Omega_r| & \text{für } 0 \leq |\Omega_r| \leq 1 \\ 0 & \text{für } |\Omega_r| > 1 \end{cases} \quad (3.74)$$

bzw. zur Rechteckfunktion $\text{rect}(\Omega_r/2)$. Ein analytischer Ausdruck für die PBF des Dreieckfilters konnte nicht gefunden werden, jedoch läßt sich die Hankeltransformierte von $\text{tria}(\Omega_r)$ recht einfach nach dem Momententheorem in eine Reihe entwickeln (/11/) und somit numerisch berechnen. Bezeichnet m_n das n -te Moment einer Funktion $F(\Omega_r)$

$$m_n = \int_0^\infty \Omega_r^n \cdot F(\Omega_r) \, d\Omega_r \quad (3.75)$$

so ist die Hankeltransformierte von $F(\Omega_r)$ folgendermaßen gegeben:

$$\mathcal{H}\{F(\Omega_r); r\} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n!)^2 \cdot 2^{2n}} \cdot m_{2n+1} \cdot r^{2n} \quad (3.76)$$

Mit $F(\Omega_r) = \text{tria}(\Omega_r)$ erhält man aus (3.75)

$$m_n = \frac{1}{(n+1)(n+2)} \quad (3.77)$$

und somit

$$\mathcal{H}\{\text{tria}(\Omega_r); r\} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+2)(2n+3)(n!)^2 \cdot 2^{2n}} \cdot r^{2n} \quad (3.78)$$

Da sich die Trapezfunktion als Differenz zweier Dreiecksfunktionen schreiben läßt

$$\text{trap}_q(\Omega_r) = \frac{1}{1-q} \cdot [\text{tria}(\Omega_r) - q \cdot \text{tria}(\Omega_r/q)] \quad (3.79)$$

ist somit auch die PBF dieses Filters berechenbar. Aus $f(r) = \mathcal{H}\{F(\Omega_r); r\}$ folgt nämlich nach dem Skalierungstheorem der Hankeltransformation $\mathcal{H}\{F(\Omega_r/q); r\} = q^2 \cdot f(qr)$ und damit

$$\mathcal{H}\{\text{trap}(\Omega_r); r\} = \frac{1}{1-q} [\mathcal{H}\{\text{tria}(\Omega_r); r\} - q^3 \mathcal{H}\{\text{tria}(\Omega_r); qr\}] \quad (3.80)$$

Die PÜF und die PBF des Trapezfilters ist in Abb. 3-11 für die Parameterwerte $q=0$, $q=0.5$ und $q=0.75$ dargestellt. Zum Vergleich ist auch der Grenzfall des Rechteckfilters mit eingezeichnet.

Während beim Trapezfilter die Filterfunktion – außer im Grenzfall $q \rightarrow 0$ – nicht streng monoton fallend ist, lassen sich andere Filter angeben, die diese Bedingung erfüllen. Dazu zählt z.B. die Klasse von Filtern, deren PÜF aus der Summe der im negativen Extremum abgebrochenen Besselfunktion erster Art, nullter Ordnung J_0 und einer Rechteckfunktion gleicher Grenzfrequenz besteht ("truncated bessel"). Mit der normierten Frequenz Ω_r lauten diese Filter

$$\text{tbess}_q(\Omega_r) = [(1-q) + q \cdot J_0(j_{1,1} \cdot \Omega_r)] \cdot \text{rect}(\Omega_r/2) \quad (3.81)$$

$j_{1,1}$ ist das Argument der 1. Nullstelle der Besselfunktion 1. Ordnung J_1 , der freie Parameter q kann im Bereich $0 \leq q \leq 0.71288$ liegen. Für $q = 0$ erhält man wieder die Rechteckfunktion, größere Werte als $q \approx 0.71$ sind nicht sinnvoll, da tbess dann eine Nullstelle im Übertragungsbereich be-

kommt. Die PBF dieses Filters ist explizit bekannt und lautet (/11/)

$$\mathcal{H}\{\text{tbess}_q(\Omega_r); r\} = [(1-q) - \frac{qr^2}{j_{1,1}^2 - r^2} \cdot J_0(j_{1,1})] \cdot \frac{J_1(r)}{r} \quad (3.82)$$

Der Verlauf von PUF und PBF ist in Abb. 3-12 dargestellt: Für $q \approx 0.713$ klingen die Überschwinger am schnellsten ab. (Eindimensionales Äquivalent: Hanning-Funktion). Durch Verkleinern von q läßt sich der 1. negative Überschwinger verringern, allerdings nur auf Kosten der übrigen. Man erhält ein gewisses Optimum, wenn der 1. negative und der 1. positive Überschwinger betragsmäßig gleich groß sind. Dies ist für $q \approx .67$ der Fall. Dann ist insgesamt der niedrigste Überschwingerpegel erreicht, was der eindimensionalen Hamming-Funktion entspricht.

Eine weitere Gruppe von Filtern wird durch die Polynome $2n$ -ten Grades

$$\text{tpoly}_n(\Omega_r) = (1 - \Omega_r^2)^n \cdot \text{rect}(\Omega_r/2) \quad (3.83)$$

("truncated polynom") beschrieben. Für ganzzahlige n ist die Hankeltransformierte von (3.83) ebenfalls explizit bekannt und lautet (/11/)

$$\mathcal{H}\{\text{tpoly}_n(\Omega_r); r\} = 2^n (n!) \cdot \frac{J_{n+1}(r)}{r^{n+1}} \quad (3.84)$$

Durch entsprechende Wahl von n kann erreicht werden, daß die Filterfunktion für $\Omega_r \rightarrow 1$ beliebig "weich" gegen 0 geht, womit sich wieder das Einschwingverhalten steuern läßt. Der Grenzfall $n=0$ liefert erneut das ideale Tiefpaßfilter

$$\text{tpoly}_0(\Omega_r) = \text{rect}(\Omega_r/2)$$

Der Verlauf von tpoly_n und die entsprechende PBF für ganzzahligen Parameter $0 \leq n \leq 4$ ist in Abb. 3-13 dargestellt.

Ein für die Praxis bedeutsames Filter ist schließlich noch das durch

$$\begin{aligned} \text{tsinc}(\Omega_r) &= \text{sinc}(\Omega_r/2) \cdot \text{rect}(\Omega_r/2) \\ &= \begin{cases} \frac{\sin \pi \Omega_r/2}{\pi \Omega_r/2} & \text{für } |\Omega_r| \leq 1 \\ 0 & \text{für } |\Omega_r| > 1 \end{cases} \end{aligned} \quad (3.85)$$

definierte "truncated sinc"-Filter. Die Rekonstruktion einer Objektfunktion mit dem in der Röntgen-CT sehr verbreiteten "Shepp/Logan"-Kern resultiert nämlich in einem tiefpaßgefilterten Bild (/5/)

$$F_{\text{rek}}(\omega_x, \omega_y) = F_{\text{obj}}(\omega_x, \omega_y) \cdot \text{tsinc}(\sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2}) \quad (3.86)$$

Der in der Röntgen-CT ebenfalls verwendete Filterkern nach Ramachandran/Lakshminarayanan ("Ra/La-Filter", vgl. Abschnitt 3.2.1) führt im übrigen zu einem ideal tiefpaßgefilterten Bild

$$F_{\text{rek}}(\omega_x, \omega_y) = F_{\text{obj}}(\omega_x, \omega_y) \cdot \text{rect}(\sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2} / 2) \quad (3.87)$$

mit entsprechend starken Überschwingern.

Die Berechnung der Hankeltransformierten von tsinc kann wie bei trap über das Momententheorem erfolgen. Mit

$$m_n = \int_0^\infty \Omega_r^n \cdot \text{sinc}(\Omega_r/2) \, d\Omega_r = \frac{4}{\pi^2} (n-1) \cdot \left[\frac{2}{\pi} - (n-2) \cdot m_{n-2} \right] \quad (3.88)$$

$$\text{und } m_1 = 4/\pi^2$$

lassen sich die Momente rekursiv berechnen. Man erhält damit mit Gleichung (3.76) eine Reihenentwicklung für $\mathcal{H}\{\text{tsinc}\}$, die allerdings für größere Argumente nur langsam konvergiert und einen nicht unbeträchtlichen numerischen Rechenaufwand erfordert. Die Ergebnisse sind in Abb. 3-14 dargestellt.

Die wesentlichen Eigenschaften der einzelnen Filter im Ortsbereich sind in Tab. 3-2 nochmals zusammengestellt. Dabei bezeichnen die Angaben "6 dB Punkt", "20 dB Punkt" und "1.Nullstelle" die Abstände derjenigen Abszissenwerte (beidseits vom Nullpunkt aus gerechnet), in denen die PBF des betreffenden Filters erstmals auf 50%, 10% und 0% ihres Maximalwerts bei $r=0$ abgesunken ist, also das Doppelte der aus den Abbildungen 3-11 bis 3-14 abzulesenden Werte. Die Flächen-Bandbreite-Produkte wurden numerisch berechnet.

Rechnet man mit einem darzustellenden "Dynamikbereich" von ca. 40 dB im Ultraschallbild (/5/), so sollte die Welligkeit des verwendeten Filters

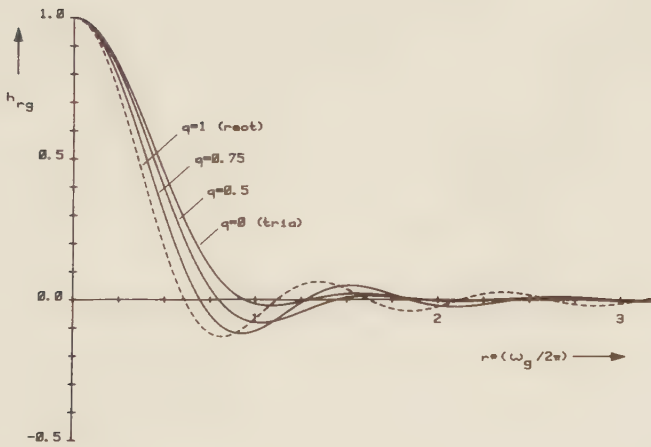
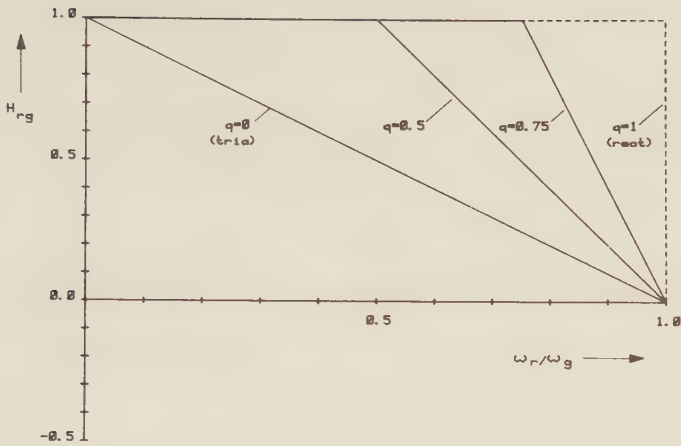


Abb. 3-11 PÜF und PBF des Trapezfilters für verschiedene Werte von q

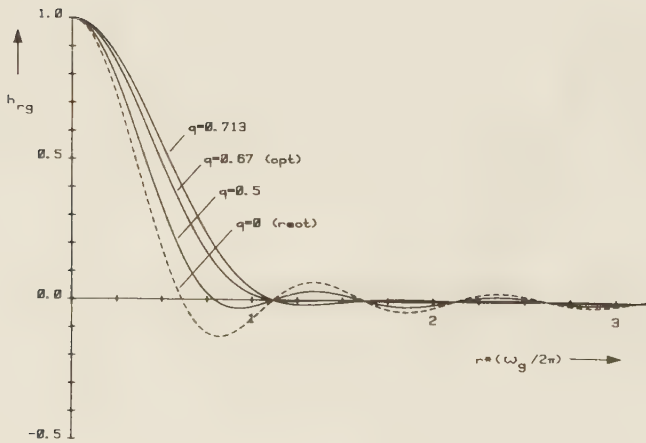
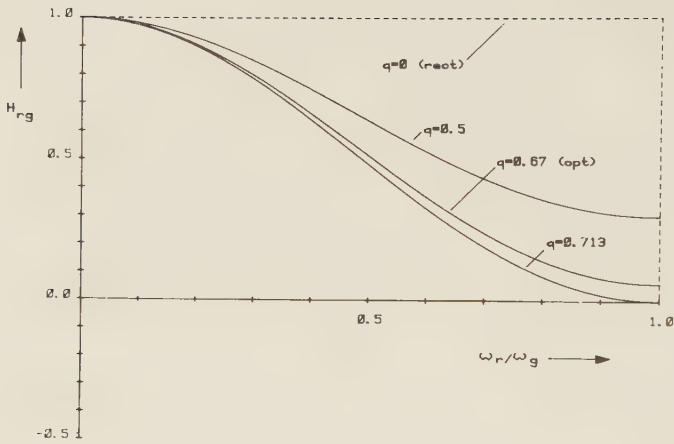


Abb. 3-12 PÜF und PBF des "truncated Bessel"-Filters, Parameter: q

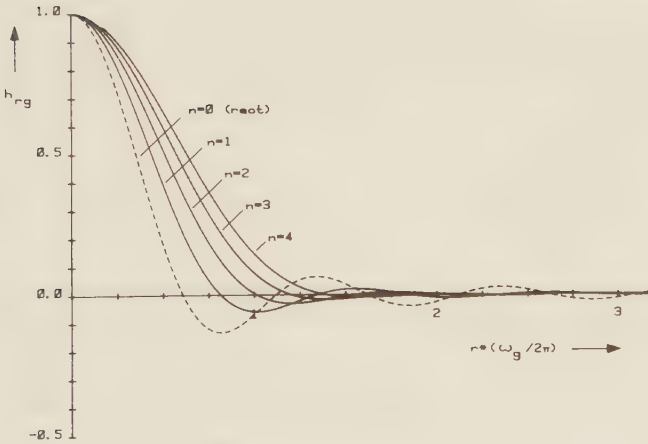
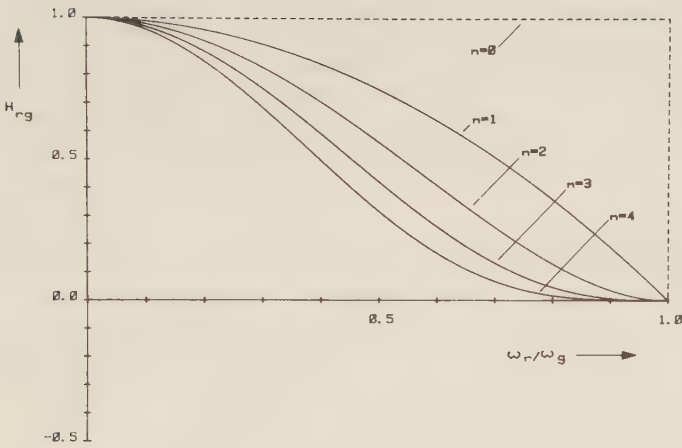


Abb. 3-13 PÜF und PBF des "truncated polynom"-Filters, Parameter: n

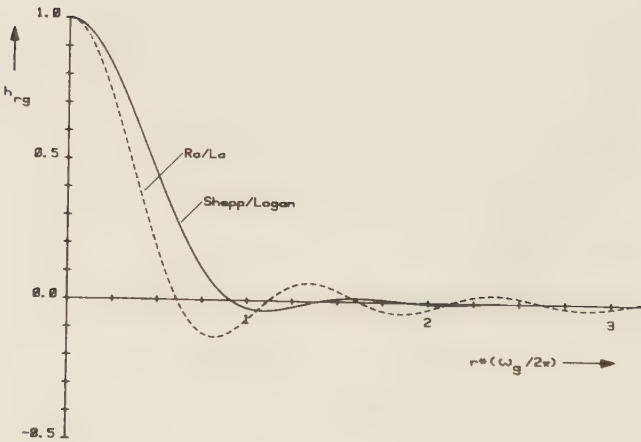
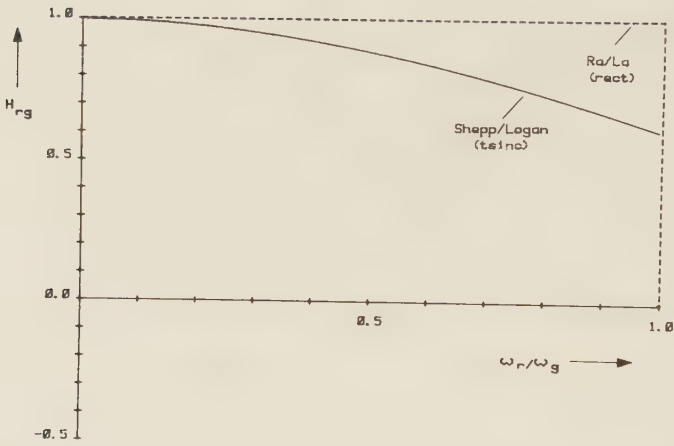


Abb. 3-14 PÜF und PBF des "truncated sinc"-Filters und des "rect"-Filters

kleiner oder höchstens etwa gleich diesem Limit sein, damit nicht kleine Bildwerte von den Überschwingern großer überdeckt werden. Diese Forderung wird von den hier untersuchten Filtern nur von dem tpoly-Filter für $n \geq 3$ und von dem tbess-Filter für $q \geq 0.6$ erfüllt. Letzteres hat jedoch im Vergleich zum tpoly-Filter bei gleicher Welligkeit eine deutlich bessere Auflösung, so daß das tbess-Filter mit $0.6 \leq q < 0.71$ den für die vorliegende Aufgabenstellung günstigsten Kompromiss darstellt.

	rect	tsinc	tria	tbess _{.67}	tbess _{.71}	tpoly ₃	(Einheit)
6 dB Punkt	0.71	0.93	0.93	0.98	1.07	1.15	$(2\pi/\omega_g)$
20 dB Punkt	1.09*	1.53	1.54	1.67	1.79	1.93	$(2\pi/\omega_g)$
1.Nullstelle	1.22	1.82	1.87	2.23	2.23	2.42	$(2\pi/\omega_g)$
max. Welligkeit	-17.6	-29.1	-34.0	-47.7	-37.7	-36.2	dB
A•B-Produkt	2.50	1.07	1.08	1.03	1.02	? **	-

* 20 dB Punkt des Hauptmaximums

** wegen fehlender Konvergenz der numerischen Integration nicht berechnet

Tab. 3-2 Auflösung verschiedener Tiefpaßfilter
(6 dB bzw. 20 dB-Breite und Nullstellenabstand sind
beidseits des Nullpunkts gerechnet.)

3.5.2 Einige Beispiele

Einige gerechnete Beispiele von Korrekturfunktionen für unterschiedliche Gesamt-PÜF zeigt Abb. 3-15 (a-d). Dabei wurde wieder die Teilbild-PÜF des Modellsystems mit einem Verhältnis der Halbwertsbreiten von 5:1 zugrundegelegt. Als Grenzfrequenz ω_g wurde der Wert $2\pi/a$ gewählt (vgl. Abb. 2-11). Alle (normierten und entnormierten) Korrekturfilter sind zur besseren Vergleichbarkeit auf einen Maximalwert von 1 ausgelegt.

Abb. 3-15 (a) zeigt die Korrekturfunktion für eine Gesamt-PÜF mit rect-Charakteristik. Der Verlauf entspricht für $|\omega_t| \leq 2\pi/a$ der in Abb. 3-10 geplotteten Korrekturfunktion für $H_{rg} = \text{const}$, also für den nicht bandbegrenzten Fall.

Die Abbildungen Abb. 3-15 (b)-(d) zeigen der Reihe nach jeweils die normierte und entnormierte Korrekturfunktion für eine Gesamt-PÜF mit tsinc , $\text{tbess}_{0,67}$ bzw. $\text{tbess}_{0,71}$ - Verlauf. Während in Abb. 3-15 (a) die normierte Korrekturfunktion bis zur Grenzfrequenz monoton ansteigt, durchlaufen die anderen normierten Korrekturfunktionen (b)-(d) jeweils ein ausgeprägtes Maximum bei 40...60% der Grenzfrequenz. Die entnormierten Korrekturfunktionen (die ja bei der praktischen Realisierung entscheidend sind) haben dagegen sowohl für (a) als auch für (c) ihr Maximum bei der höchsten Ortsfrequenz, während sie bei (b) und (d) ein stetiges Maximum bei ca. 85% der Grenzfrequenz durchlaufen.

Während ein (elektrisches) Korrekturfilter mit einer Übertragungsfunktion nach (b) und (d) grundsätzlich exakt realisierbar ist, stößt dies in den anderen Fällen wegen der Unstetigkeit von F_k auf Schwierigkeiten. Trotzdem lassen sich auch solche Korrekturfilter verwirklichen, da nach den Überlegungen von Abschnitt 3.4.1 der Verlauf von F_k außerhalb der Grenzfrequenz unerheblich ist und somit derart gewählt werden kann, daß ein physikalisch erlaubtes Filter resultiert.

Die erreichbare Gesamtauflösung für das Beispiel des Modellsystems läßt sich aus Tabelle 3-2 entnehmen, indem dort $\omega_g = 2\pi/a$ eingesetzt wird, womit sich beispielsweise für die $\text{tbess}_{0,67}$ -Gesamt-PBF eine Halbwertsbreite von 0.98a ergibt. Dies entspricht praktisch genau der axialen Halbwertsbreite der Teilbild-PBF mit 0.94a (vgl. Tab. 3-1) und stellt eine wesentliche Verbesserung gegenüber der Summations-PBF dar, bei der die Halbwertsbreite 1.44a beträgt. Noch günstiger liegen die Verhältnisse bei der 20dB Breite, wo die $\text{tbess}_{0,67}$ - Gesamt-PBF sogar mit 1.67a geringfügig besser abschneidet als die Teilbild-PBF mit 1.71a, wogegen die 20dB -Breite der Summations-PBF auf 4.10a angewachsen ist.

Abb. 3-16 zeigt die Fourierrücktransformierten der normierten Korrekturfunktionen aus Abb. 3-15, d.h. die Impulsantworten der zu realisierenden Filter. Die Reihenfolge von rect , tsinc , $\text{tbess}_{0,67}$ sowie $\text{tbess}_{0,71}$ wurde gegenüber Abb. 3.15 beibehalten. Ein Beispiel einer entnormierten Korrekturfunktion wird in Abschnitt 4.2.4 vorgestellt.

In Abb. 3-17 (a) und (b) sind die beiden im Rahmen dieser Arbeit diskutierten Wege zur Rekonstruktion der Objektfunktion aus der Gesamtheit der Teilbilder nochmals übersichtlich zusammengefaßt, wobei sich jeweils die entsprechenden Funktionen im Orts- und Ortsfrequenzbereich gegenüberstehen. Als Gesamt-PÜF wurde in beiden Fällen die Funktion $t_{bess0.71}$ verwirklicht.

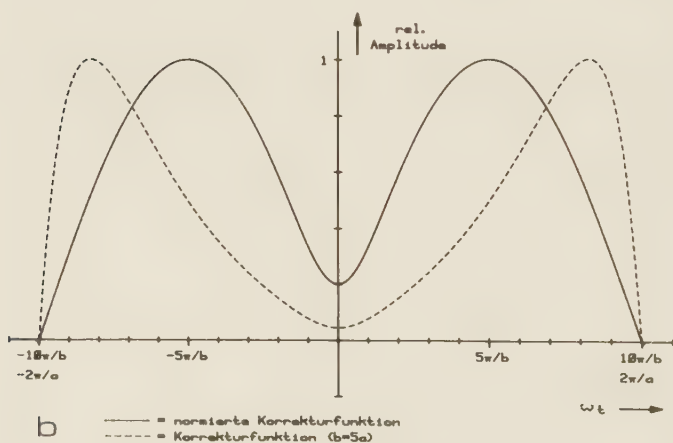
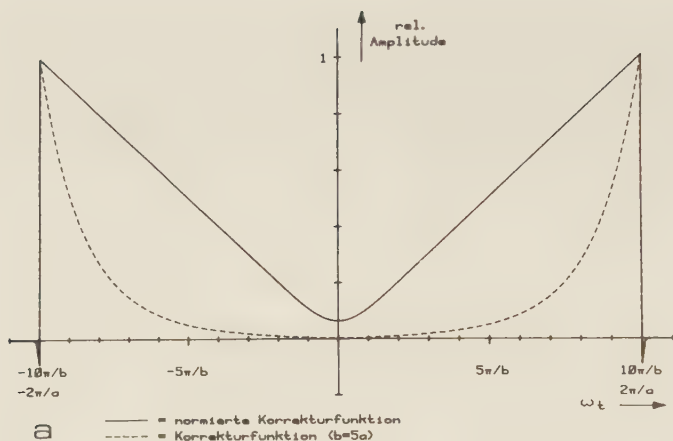
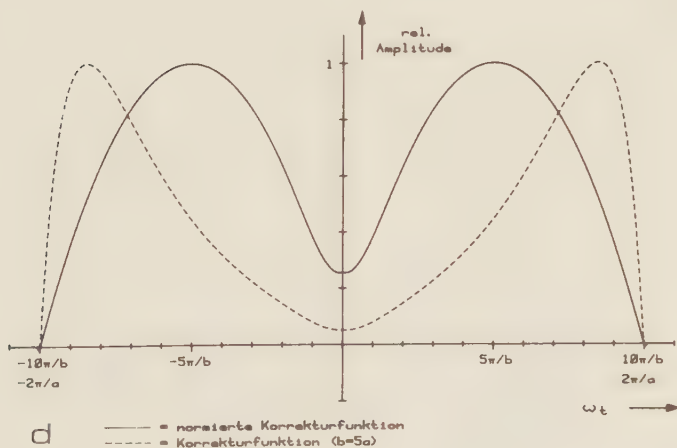
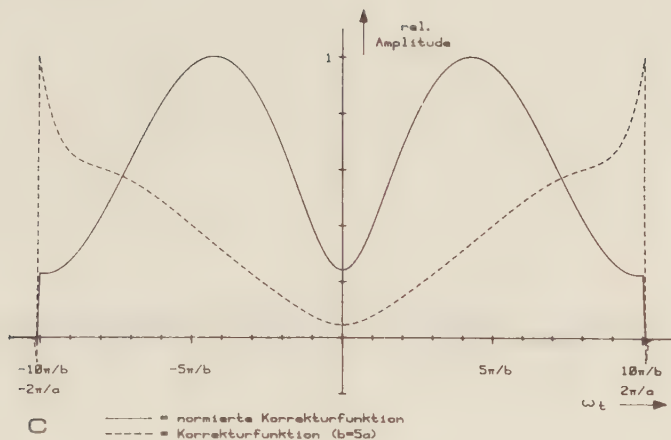


Abb. 3-15 normierte Korrekturfunktion F'_{km} des Modellsystems (Gln. 3.63) sowie Korrekturfunktion F_{km} (Gln. 3.65) zur Erzielung einer Gesamt-PÜF von (a) rect, (b) tria, (c) tbes₆₇, (d) tbes₇₁



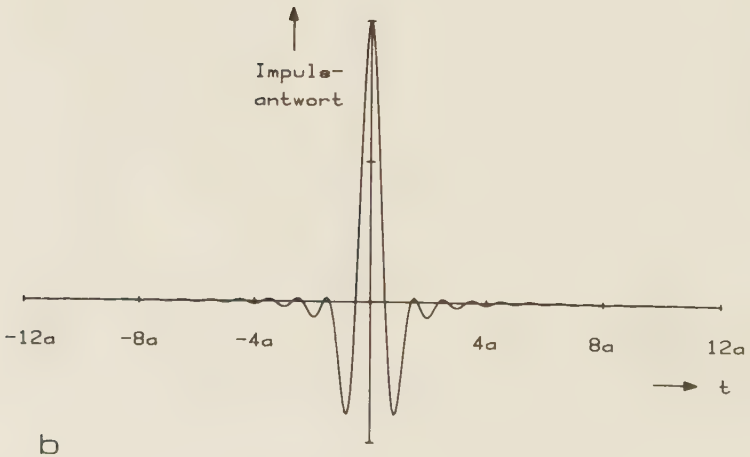
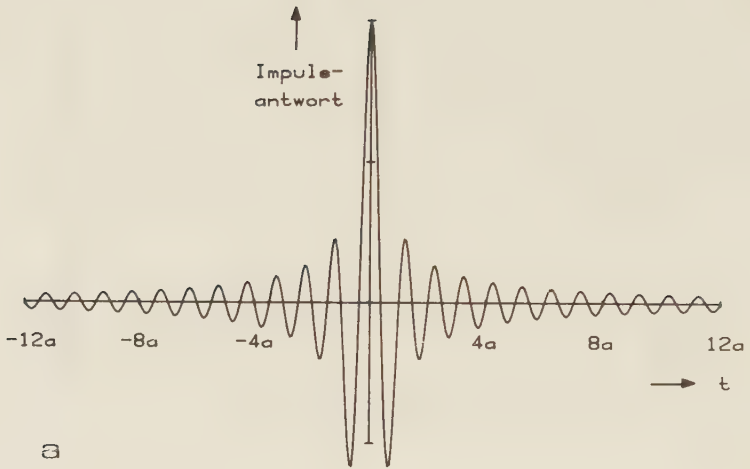
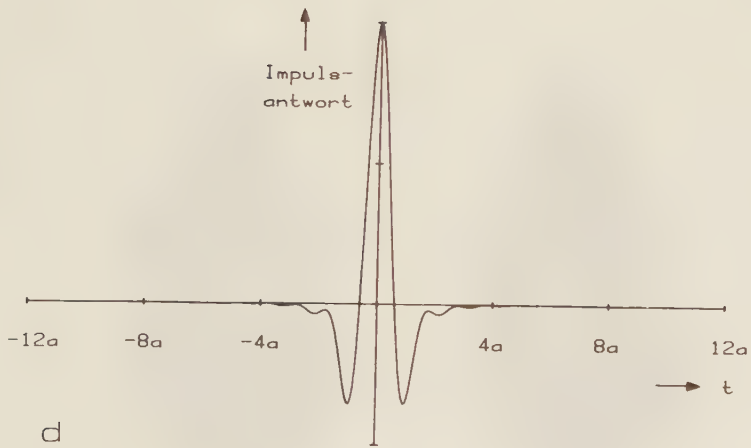
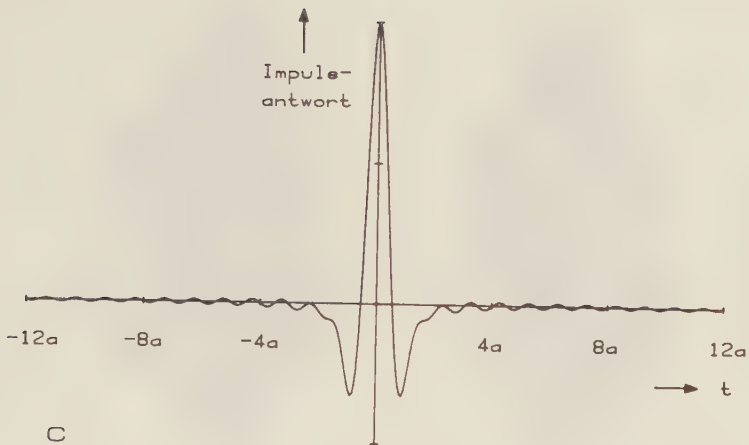
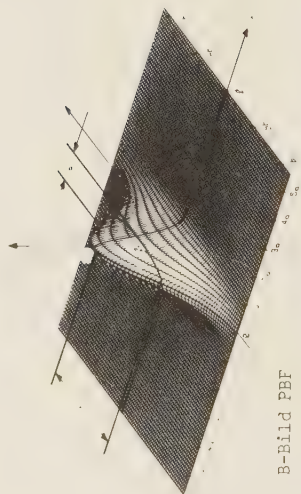


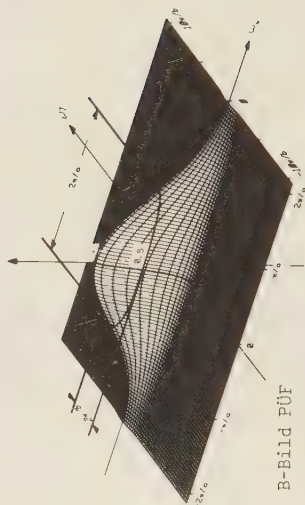
Abb. 3-16 Impulsantwort eines Korrekturfilters zur Realisierung der normierten Korrekturfunktion des Modellsystems bei einer Gesamt-PÜF von (a) rect, (b) tria, (c) tbess_{.67}, (d) tbess_{.71}



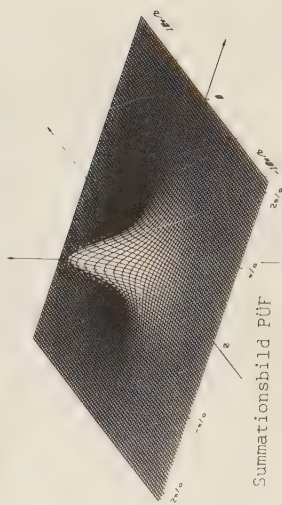
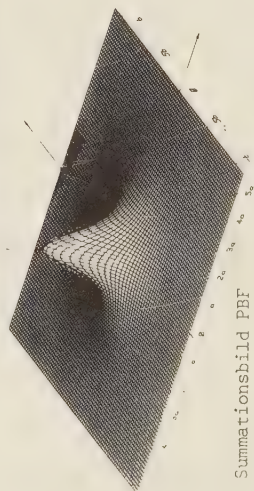
ORTSBEREICH



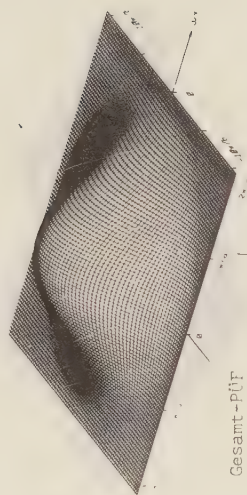
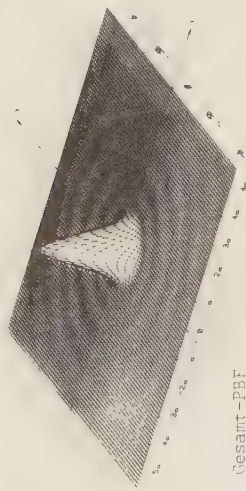
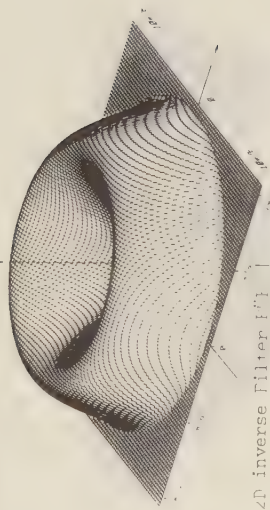
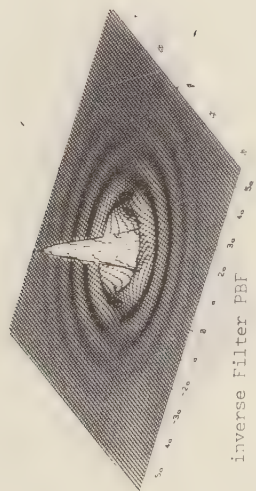
ORTSFREQUENZBEREICH



DREHUNG UND SUMMATION

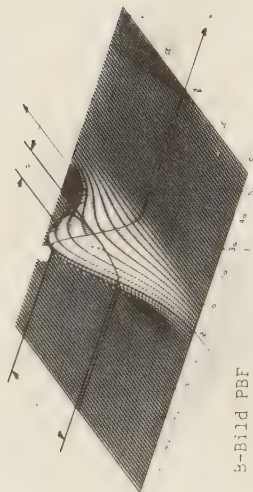


INVERSE FILTERUNG



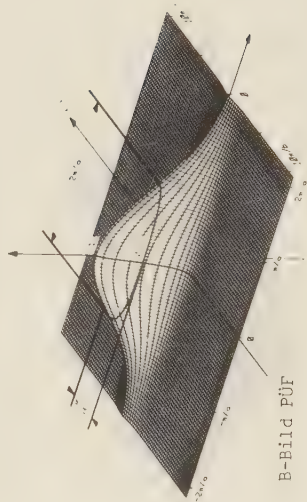
All. 3-17 Schematische Darstellung des Rekonstruktionsverfahrens
"Summation und inverse Filterung"

ORTSBEREICH



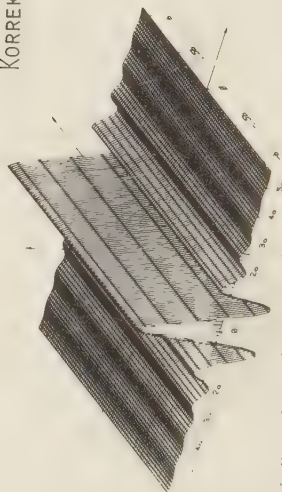
B-Bild PBF

ORTSFREQUENZBEREICH

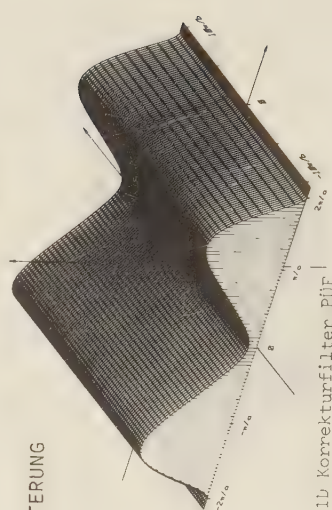


B-Bild PÜF

KORREKTURFILTERUNG



Korrekturfilter PBF



1D Korrekturfilter PÜF



Abb. 3-18 Schematische Darstellung des Rekonstruktionsverfahrens
"Vorfilterung und Summation."

4 Technische Umsetzung des verallgemeinerten CT-Konzepts: Ultraschall-Reflexions-CT

4.1 Vorbemerkungen

Die im vorangegangenen Kapitel angestellten Betrachtungen zum Konzept der verallgemeinerten CT gingen von weitgehend idealisierten Voraussetzungen aus. So wurde z.B. die Gesamtheit aller Teilbilder $b(x,y,\vartheta)$ als kontinuierliche Funktion der beiden Ortsparameter und des Aspektwinkels angesehen. Solche Idealisierungen waren angebracht, um das grundsätzliche Verhalten eines auf diesem Konzept basierenden Systems zu diskutieren. Bei einer realen Anwendung des obigen Konzepts auf Ultraschall Puls-Echo Bilder (im weiteren "Ultraschall-Reflexions-CT" oder "USRCT" genannt) ergeben sich jedoch Abweichungen von den idealen Voraussetzungen, die vor allem in meßtechnischen Gegebenheiten begründet sind und die noch einer weiteren Erörterung bedürfen. Mit den damit zusammenhängenden Fragen wird sich der größte Teil des vorliegenden Kapitels befassen.

4.2 Probleme der Realisierung

4.2.1 Messung von Ultraschall-Teilbildern

Bei einer realen Messung von Teilbildern treten im wesentlichen folgende Effekte auf:

- Die Messung der Gesamtheit der Teilbilder bei der USRCT erfolgt z.B. in der Form, daß jeweils ein komplettes Teilbild nach Art eines konventionellen B-Scan (vgl. Abschnitt 2.6) aufgebaut wird. Anschließend dreht man die gesamte Meßanordnung um den Winkel $\Delta\vartheta$ und nimmt ein neues Teilbild auf. Diese Prozedur wird solange wiederholt, bis ϑ den gesamten Vollkreis überstrichen hat. Somit wird die Gesamtheit der Teilbilder primär in den Koordinaten (t,u) des mitgedrehten Koordinatensystems gemessen, so daß vorerst die Darstellung $b'(t,u,\vartheta)$ vorteilhafter ist. b' ist weiterhin keine kontinuierliche, sondern mindestens hinsichtlich der Ortskoordinate u und des Aspektwinkels ϑ , meist jedoch auch bezüglich der Zeit-/Ortskoordinate t eine abgetastete (diskontinuierliche) Funktion.

- $b'(t, u, \vartheta)$ liegt häufig, vor allem wenn die Weiterverarbeitung im Digitalrechner erfolgt, als quantisierte Funktion vor, d.h. sie kann nur bestimmte, diskrete Werte annehmen. Aufgrund der heute für den in Frage kommenden Frequenzbereich existierenden A/D-Wandler-Technologie ist die Quantisierung relativ grob, z.B. 256 Stufen.
- Technische Systeme sind stets mehr oder weniger rauschbehaftet. Rauschen entsteht zum einen in den verschiedenen Verstärkerstufen, zum anderen aber auch z.B. durch mit dem Nutzsignal unkorrelierte elektromagnetische Einstreuung auf Schallwandler und Kabel. Eine möglicherweise nicht zu vernachlässigende Rolle spielt auch akustische Rauschen, hervorgerufen durch die Brown'sche Molekularbewegung im Medium (/5/).

Wir wollen uns zuerst dem Problem der abgetasteten Teilbilder zuwenden und dazu annehmen, daß $b'(t, u, \vartheta)$ in allen 3 Koordinaten diskontinuierlich ist. Dann wird also b' durch endlich viele Meßwerte

$$b_{ijk} = b(i \cdot \Delta t, j \cdot \Delta u, k = 2\pi/K)$$

beschrieben, wobei jeweils äquidistante Abtastung vorliegt. Es sei

$$-I/2 \leq i \leq I/2-1; \quad -J/2 \leq j \leq J/2-1; \quad 0 \leq k \leq K-1$$

so daß insgesamt $I \cdot J \cdot K$ Meßwerte vorliegen (I, J und K sollen geradzahlig sein). Für festes $k=k_0$ repräsentieren diese gerade ein B-Bild, für festes $k=k_0$ und $j=j_0$ eine sog. "Ultraschall-Zeile".

Die Frage, wann beispielsweise speziell die Werte b_{ij0} das nullte B-Bild $b_0(t, u) = b'(t, u, \vartheta=0)$ hinreichend genau repräsentieren, wird durch das Shannon-Theorem beantwortet. Damit eine (hier zweidimensionale) kontinuierliche Funktion durch unendlich viele Abtastwerte beschrieben werden kann, muß diese bekanntlich

- bandbegrenzt sein mit $\omega_r = \omega_{\max}$ und
- mit einem Abtastintervall kleiner als $\Delta = \pi/\omega_{\max}$ abgetastet werden.

Nach den Überlegungen von Abschnitt 2.7 kann ein Ultraschall-B-Bild in der Praxis mit hinreichender Genauigkeit als bandbegrenzt gelten. Darüber hinaus ist die B-Bild-PÜF separabel, so daß das Shannon-Theorem für jede Koordinate getrennt gilt und i.a. unterschiedliche Abtastintervalle Δt

und Δu liefert. Für die Grenzfrequenz ω_{ax} in Richtung der t -Achse und ω_{lat} in Richtung der u -Achse ergibt sich

$$\Delta t < \pi / \omega_{ax} \quad (4.1)$$

$$\Delta u < \pi / \omega_{lat}$$

Wählt man die Grenzfrequenz des Modellsystems zu $\omega_{ax}=2\pi/a$ und $\omega_{lat}=2\pi/b$ (an diesen Stellen ist die PÜF auf $\exp(-\pi)$, d.h. etwa auf 4% ihres Maximalwerts abgesunken), so erhält man mit dem realistischen Wert für die Halbwertsbreiten $a \approx 2\text{mm}$, $b \approx 10\text{mm}$ die Bedingung

$$\Delta t < a/2 = 1\text{mm} \quad (\approx 1.4 \text{ } \mu\text{s} \text{ bei } c_0=1440 \text{ m/s}) \quad (4.2)$$

$$\Delta u < b/2 = 5\text{mm}$$

Diese Werte wurden bei dem in der vorliegenden Arbeit eingesetzten B-Scan-Gerät eingehalten bzw. unterschritten ($\Delta t = 1\mu\text{s}$; $\Delta u = 1\text{mm}$).

Unter der Bedingung (4.1) läßt sich das B-Bild $b_0(t,u)$ aus unendlich vielen Meßwerten b_{ijo} in jedem Punkt (t,u) exakt berechnen (/11/)

$$\begin{aligned} b'_0(t,u) &= \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_{j=-\infty}^{\infty} b_{ijo} \cdot \frac{\sin(2\omega_{ax}(t-i\Delta t))}{2\omega_{ax}(t-i\Delta t)} \cdot \frac{\sin(2\omega_{lat}(t-j\Delta t))}{2\omega_{lat}(t-j\Delta t)} \\ &= b_0(t,u) \end{aligned} \quad (4.3)$$

Da tatsächlich nur endlich viele Meßwerte vorliegen, müssen die Abtastwerte für (i,j) außerhalb des Definitionsintervalls Null werden, wenn (4.3) auch in diesem Fall gelten soll, d.h. $b_0(t,u)$ exakt berechenbar sein soll. Dies bedeutet, daß zumindest die Objektfunktion außerhalb des Meßbereichs verschwinden und die B-Bild-PBF rasch genug gegen Null gehen muß, so daß die (kontinuierliche) B-Bild-Funktion $b_0(t,u)$ ebenfalls außerhalb des Meßbereichs näherungsweise verschwindet. Ist dies nicht der Fall, so wird die aus den endlich vielen Abtastwerten wiedergewonnene Funktion b_0' zwar am Rand des Meßbereichs schlecht, in der Nähe des Nullpunkts jedoch i.a. trotzdem recht gut mit b_0 übereinstimmen, d.h. b_0 kann zwar nicht exakt, aber mit praktisch bei weitem ausreichender Genauigkeit aus den Abtastwerten wiedererhalten werden.

Während die erforderlichen Abtastintervalle Δt und Δu somit aus dem Shannon-Theorem hergeleitet werden können, ist dies für das Winkelintervall $\Delta \vartheta$ nicht ohne weiteres möglich. Hier hilft jedoch eine einfache Hilfsvorstellung, um $\Delta \vartheta$ zumindest größenordnungsmäßig abzuschätzen.

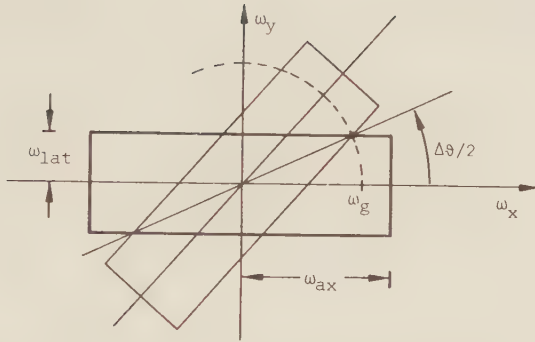


Abb. 4-1 Zur Abschätzung der maximalen Aspektwinkel-Schrittweite

Das verallgemeinerte CT-Konzept wurde unter der Annahme hergeleitet, daß eine rotierende Teilbild-PÜF die Objektfunktion in der Ortsfrequenzebene "abtastet". Es ist nun bei nicht kontinuierlicher, sondern schrittweise rotierender Teilbild-PÜF sinnvoll zu fordern, daß jeder Punkt der Ortsfrequenzebene bis hin zu einer oberen Grenze $\omega_r = \sqrt{\omega_t^2 + \omega_u^2} < \omega_g < \omega_{max}$ wenigstens einmal von der Teilbild-PÜF erfaßt werden soll. Man kommt so zu der einfachen Beziehung (vgl. Abb. 4-1)

$$\Delta\vartheta < 2 \cdot \arcsin(\omega_{lat}/\omega_g) \quad (4.4)$$

Für $\omega_g = \omega_{ax}$ und $\omega_{ax}/\omega_{lat} = 5$ kommt man so zu einem Winkelintervall von ca. $\pi/15$, d.h. es sind etwa 30 B-Scans, verteilt auf dem Vollkreis, nötig. Dieser Wert hat sich in der Praxis gut bewährt. (Wenn möglich, ist es günstig, eine ungerade Anzahl von Teilbildern zu messen, da bei gerader Anzahl und symmetrischer Teilbild-PÜF zwei B-Bilder aus entgegengesetzten Aspektwinkeln im Prinzip genau die gleiche Information beinhalten würden).

Eine für die Praxis wesentliche Frage ist schließlich, ob es möglich ist, die B-Bilder mittels Sektorscan anstatt durch Parallelscan zu messen. Grundsätzlich existieren für äquidistante Abtastung in Polarkoordinaten

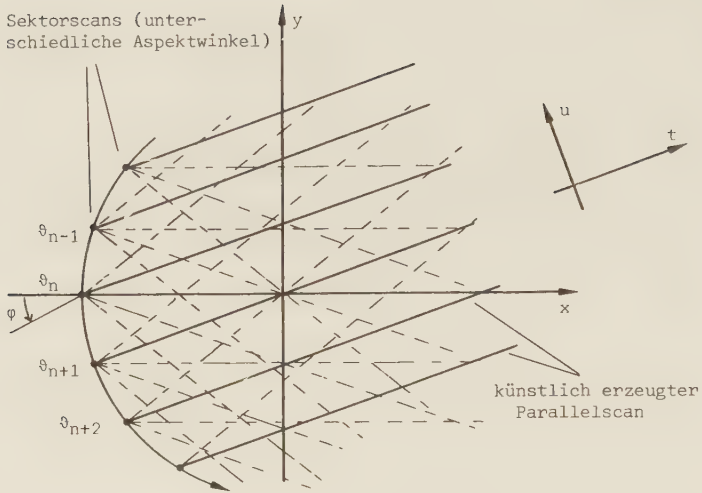


Abb. 4-2 Zur Messung von Teilbildern durch Sektorscan

ähnliche Theoreme wie (4.1) bzw. (4.3) (/87/). Jedoch zeigt bereits eine einfache Überlegung (vgl. Abb.4-2), daß die einzelnen Ultraschallzeilen mehrerer Sektorbilder im Prinzip durch Umordnen zu "künstlichen" Parallelskans arrangiert werden können, wenn auch diese i.a. in u-Richtung nicht-äquidistante Abtastung aufweisen. Trotzdem lassen sich so auf triviale Weise Mindestabtastbedingungen für Sektorbilder herleiten, so daß die Verwendung von Parallel- oder Sektorscan für die USRCT gleichwertig ist.

Neben der Abtastung der Funktion $b'(t, u, \vartheta)$ bedarf auch die Quantisierung dieser Funktion, d.h. die Beschränkung auf endlich viele mögliche Funktionswerte, einer zusätzlichen Betrachtung. Die punktuelle Abweichung der quantisierten Funktion $b'_q(t, u, \vartheta)$ vom wahren Wert wird als "Quantisierungsfehler" $q(t, u, \vartheta)$ bezeichnet:

$$q(t, u, \vartheta) = b'_q(t, u, \vartheta) - b'(t, u, \vartheta) \quad (4.5)$$

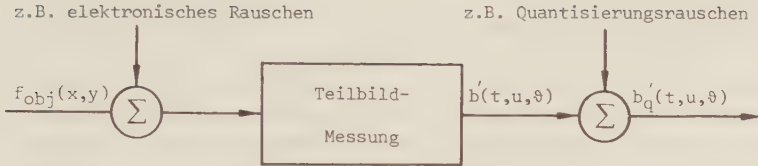


Abb. 4-3 Rauscheinflüsse bei der Teilbildmessung

Die Wirkung der Quantisierung läßt sich auch so interpretieren, als ob ein zusätzliches Signal q zum analogen (nicht quantisierten) Signal b' addiert würde (Abb. 4-3). Im allgemeinen ist die analoge Größe b' und somit auch q nicht explizit bekannt. Unter bestimmten Voraussetzungen (Kenntnis der Zuordnungsvorschrift der analogen Werte zu den diskretisierten Werten, z.B. lineare Quantisierung; keine Übersteuerung) lassen sich aber statistische Eigenschaften des Quantisierungsfehlers angeben. Insbesondere kann q als ein rauschähnliches Signal aufgefaßt werden, dessen Werte (bei linearer Quantisierung mit dem Quantisierungsintervall h) im Bereich $-h/2 \dots +h/2$ gleichverteilt sind, und das sich dem eigentlichen Signal b additiv überlagert.

Damit hat das "Quantisierungsrauschen" einen ähnlichen Einfluß auf die gemessene Gesamtheit der Teilbilder wie andere auf das Meßsystem einwirkende rauschartige Störungen. Der wesentliche Unterschied besteht darin, daß das Quantisierungsrauschen direkt zur Funktion b' dazuaddiert wird und damit als "weißes Rauschen" in Erscheinung tritt, während andere Störungen zumindest teilweise weiter "frontseitig" entstehen und damit noch eine spektrale Gewichtung erfahren. Stark vereinfacht lassen sich die Rauschstörungen in eingangsseitige und ausgangsseitige klassifizieren. Diese Verhältnisse sind in Abb. 4-3 skizziert.

Neben den bereits besprochenen, vorwiegend meßtechnisch bedingten Abweichungen realer Teilbilder von den idealen Voraussetzungen ergeben sich bei der Messung von Ultraschall-Bildern noch gewisse "Schmutzeffekte", die von der bisherigen Theorie ebenfalls nicht berücksichtigt werden. Da-

zu gehören insbesondere

- ortsvariante Teilbild-PBF und
- reflektierende Objekte.

Die Ortsvarianz der Teilbild-PBF rührt vorwiegend daher, daß die Keulbreite des Ultraschallstrahls und damit die laterale Auflösung (bei ansonsten gleichbleibenden Verhältnissen) eine Funktion des Abstands von der Schallwandler-Oberfläche ist. Auch ändert sich (s. Abschnitt 2.3) die Gewebe-Übertragungsfunktion und damit die axiale Auflösung mit dem Abstand. Wie man sich anhand der Herleitung der USRCT von Kapitel 3 leicht überlegen kann, resultiert aus einer ortsvarianten Teilbild-PBF eine ebenfalls ortsvariante Summations-PBF. Damit wird die Korrektur des Summationsbildes erheblich erschwert, wenn auch nicht prinzipiell unmöglich.

Man kann das Problem der ortsvarianten PBF abmildern, indem man dafür sorgt, daß sich das abzubildende Objekt stets im Fokus des Schallwandlers befindet. Der Grundgedanke bei der Realisierung besteht darin, daß mehrere Schallwandler mit unterschiedlichen Fokuslagen verwendet werden und jeder nur einen Streifen zum fertigen Bild beiträgt

$$b(t, u, \vartheta) = \begin{cases} b_1(t, u, \vartheta) & \text{für } t_0 \leq t < t_1 \\ b_2(t, u, \vartheta) & \text{für } t_1 \leq t < t_2 \\ \vdots & \\ b_n(t, u, \vartheta) & \text{für } t_{n-1} \leq t < t_n \end{cases} \quad (4.6)$$

$b_1 \dots b_n$ sind die von den einzelnen Schallwandlern gelieferten B-Bilder. Für jeden Bereich $t_{v-1} \leq t < t_v$ kann nun die Abbildungseigenschaft durch eine näherungsweise ortsinvariante PBF charakterisiert werden und durch Angleichen der PBF der einzelnen Bereiche (durch geeignete Maßnahmen bei den einzelnen Schallwandlern) kann eine für das ganze Teilbild näherungsweise konstante PBF erreicht werden. Auf dem selben Grundgedanken beruht die bei modernen Ultraschall-Geräten übliche "dynamische Fokussierung".

Ein bei der USRCT häufig auftretendes und von der verallgemeinerten CT-Theorie ebenfalls nicht erfaßtes Problem stellt der Fall abrupten Übergänge zwischen Bereichen differierender akustischer Eigenschaften dar. Solche Grenzflächen entstehen beispielsweise dort, wo verschiedene Organe aneinanderstoßen. Sie weisen i.a. ein mehr oder weniger stark spiegelndes Verhalten auf, d.h. solche Grenzflächen treten im Ultraschall-B-Bild nur

dann in Erscheinung, wenn sie senkrecht zur Schallausbreitungsrichtung orientiert sind. Damit findet aber bei der Summation keine Überlagerung aus verschiedenen Richtungen statt und es läßt sich deswegen keine rotationssymmetrische Summations-PBF nach Gl.n. (3.22) definieren. (Das verallgemeinerte CT-Konzept war unter der Voraussetzung isotrop streuender Objektverteilungen hergeleitet worden). Schließlich liefern die für eben eine solche rotationssymmetrische PBF berechneten Korrekturfilter bzw. inversen Filter falsche Ergebnisse, sie bewirken nämlich ein Oszillieren des rekonstruierten Bildes in der Nähe der Grenzfläche.

Dieses Problem der USRCT kann ohne a-priori Kenntnisse über die Objektfunktion prinzipiell nicht umgangen werden. Es zeigt sich jedoch in der Praxis, daß der subjektive Bildeindruck nicht wesentlich verschlechtert wird. Die etwas störende Unruhe in der Umgebung der Grenzfläche wird dadurch kompensiert, daß die Kontur auch bei beliebig gekrümmtem Verlauf wegen der Umrundung des Objekts geschlossen dargestellt wird (Abb. 5-5 c).

4.2.2 Summation

Für die praktische Ausführung der Summationsoperation wird i.a. nur ein Digitalrechner in Frage kommen, obwohl grundsätzlich auch andere Lösungen (z.B. photographischer Prozess) denkbar sind. Im folgenden wird daher nur auf eine rechnergestützte Realisierung der Summation eingegangen. Die dabei auftretenden Abweichungen vom idealen verallgemeinerten CT-Konzept sind ähnlicher Natur wie bei der Teilbild-Messung und resultieren letztlich aus Abtastung und Quantisierung.

Die aus den Abtastwerten $s_{ij} = s(x=i \cdot \Delta x, y=j \cdot \Delta y)$ bestehende Bildmatrix $\hat{S}$ wird meist als "Pixelmatrix" bezeichnet (Pixel: Akronym für "picture element"). Es ist trivial, daß für eine sinnvolle Darstellung des Summationsbildes auch Δx und Δy das Shannon-Theorem erfüllen müssen. Da das Summationsbild eine rotationssymmetrische PÜF besitzt, wird man üblicherweise $\Delta x = \Delta y$ wählen.

Liegt die Gesamtheit der Teilbilder nicht als kontinuierliche Funktion von 3 Parametern, sondern in Form von einzelnen Teilbildern mit unterschied-

lichen Aspektwinkeln vor, so geht die Summationsoperation $\mathcal{P}\{..\}$ von der Integration nach Gln. (3.19) über in die Summe (3.18). In der Praxis wird man nicht jedes Pixel des Summationsbildes getrennt nach (3.18) ausrechnen, vielmehr hält man i.a. aus Gründen der Speicherplatzökonomie eine Matrix mit Zwischenergebnissen und verarbeitet dann ein Teilbild nach dem anderen in der Form, daß jedem Pixel der Zwischenergebnismatrix für das v -te Teilbild jeweils der v -te Term der Summe zuaddiert wird.

Die Abtastpunkte des Summationsbildes fallen i.a. nicht mit denen der Teilbilder zusammen, da die Abtastung im einen Fall parallel zu den Achsen des (x,y) -, im anderen Fall des (t,u) -Koordinatensystems erfolgt. Zwar läßt sich nach (4.3) der Wert des Teilbildes an jedem beliebigen Punkt aus den Abtastwerten berechnen, doch ist die Auswertung von Gln. (4.3) für die praktische Anwendung bei weitem zu aufwendig. Man wird deshalb den Wert eines Teilbildes an einer beliebigen Stelle i.a. nur aus wenigen jeweils nächstgelegenen Abtastwerten ermitteln (interpolieren), da diese nach (4.3) den größten Beitrag liefern. Die Interpolation kann z.B. durch Spline-Funktionen erfolgen, die meist sehr gute Approximationseigenschaften aufweisen (/20/).

Die einfachste "Interpolation" ist die nullter Ordnung, d.h. der Wert des Teilbildes an der gesuchten Stelle wird durch den Wert des nächstgelegenen Abtastwerts approximiert ("nearest neighbour"). Falls nicht die Abtastintervalle Δt und Δu wesentlich (mindestens Faktor 2 bis 3) kleiner sind, als nach dem Shannon-Theorem höchstens zulässig, ist diese Approximation relativ schlecht und resultiert in einer deutlich erkennbaren Bildverschlechterung des Summationsbildes.

Eine wesentliche Verbesserung erhält man bei linearer Interpolation (Interpolation 1. Ordnung) zwischen den 4 dem gesuchten Punkt am nächsten gelegenen Abtastpunkten (vgl. Abb. 4-4). Der Funktionswert an der Stelle (t_0, u_0) (bei gegebenem (x_0, y_0))

$$\begin{pmatrix} t_0 \\ u_0 \end{pmatrix} = R(\vartheta) \cdot \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = R(\vartheta) \cdot \begin{pmatrix} i \cdot \Delta x \\ j \cdot \Delta y \end{pmatrix}$$

ergibt sich zu

$$b(t_0, u_0, \vartheta_k) = \frac{\Delta t - \varepsilon_t}{\Delta t} \left(\frac{\Delta u - \varepsilon_u}{\Delta u} \cdot b_{i,j,k} + \frac{\varepsilon_u}{\Delta u} \cdot b_{i,j+1,k} \right) + \frac{\varepsilon_t}{\Delta t} \left(\frac{\Delta u - \varepsilon_u}{\Delta u} \cdot b_{i+1,j,k} + \frac{\varepsilon_u}{\Delta u} \cdot b_{i+1,j+1,k} \right) \quad (4.7)$$

$i = \text{int}\{t_0/\Delta t\}$; $j = \text{int}\{u_0/\Delta u\}$; $\varepsilon_t = t_0 - i \cdot \Delta t$; $\varepsilon_u = u_0 - j \cdot \Delta u$

($\text{int}\{...\}$ liefert die größte ganze Zahl, die kleiner oder gleich dem Argument ist).

Die lineare Interpolation erfordert einen erheblich höheren Rechenaufwand (nämlich 6 Multiplikationen und 6 Additionen/Subtraktionen) im Vergleich zur nearest-neighbour Methode (2 Subtraktionen). Trotzdem ist der Aufwand in Relation zur damit verbundenen Bildverbesserung noch tragbar.

Noch höhere Ordnungen der Interpolation treiben den Rechenaufwand steil in die Höhe, ohne noch wesentliche Bildverbesserungen zu bewirken. (Eine Shannon-Interpolation nach (4.3) ist als Spline-Interpolation unendlich hoher Ordnung interpretierbar /20/). Die lineare Interpolation dürfte deshalb i.a. den günstigsten Kompromiss zwischen Rechenzeit und zu erwartender Bildqualität darstellen.

Bisher wurden für den Wert eines Pixels des Summationsbildes die entsprechenden Funktionswerte in den einzelnen Teilbildern aufgesucht, aus den nächstgelegenen Abtastwerten interpoliert und anschließend aufsummiert. Diese Summationsstrategie ist aus der konventionellen CT bekannt und wird häufig als "pixel-driven"-Algorithmus bezeichnet. Grundsätzlich ist jedoch auch die umgekehrte Vorgehensweise denkbar, wobei dann, ausgehend von einem Meßwert des Teilbildes, das zugehörige Pixel im Summationsbild ermittelt und der Meßwert diesem Pixel zugeschlagen wird. Letztere Strategie ist unter dem Begriff "data-driven"-Algorithmus bekannt. Auch hierbei sind neben dem "nearest-neighbour"-Verfahren Verfeinerungen z.B. in dem Sinn möglich, daß der Meßwert nicht einem Pixel aufaddiert, sondern zwischen 4 benachbarten im Verhältnis der Abstände aufgeteilt wird.

Ein "data-driven"-Algorithmus weist prinzipiell einen wesentlichen Nachteil auf: Es besteht nämlich die Gefahr, daß einzelne Pixel von mehreren Datenpunkten "getroffen" werden, während andere mehr oder weniger leer ausgehen. Diese Gefahr wird umso größer, je größer $\max\{\Delta t, \Delta u\}$ gegenüber $\min\{\Delta x, \Delta y\}$ wird. Für $\Delta t \approx \Delta u \approx \Delta x \approx \Delta y$ sind "data-driven" und "pixel-driven"

ven"-Algorithmen praktisch gleichwertig. Für $\max\{\Delta t, \Delta u\} \gg \min\{\Delta x, \Delta y\}$ dagegen tendieren "data-driven"-Algorithmen zu mehr oder weniger regelmäßigen Mustern (Kreisen und Moirè) im Summationsbild, da sich die ungleiche Behandlung der Pixel auch bei Addition sehr vieler Teilbilder nicht völlig wegmittelt.

Die "data-driven"-Strategie hat jedoch den großen Vorteil, daß jeder Meßwert sofort verarbeitet werden kann und dann nicht mehr benötigt wird. Sie eignet sich also ganz besonders zur Echtzeit-Verarbeitung und ist sehr speicherplatz-ökonomisch. Gleichzeitig ist die Art der Meßdatenverarbeitung sehr ähnlich derjenigen, die bei konventionellen Compoundgeräten häufig anzutreffen ist. In beiden Fällen sind die Daten einer Echozeile längs eines Vektors, der unter beliebigem Winkel durch die Bildmatrix verlaufen kann, im Bild zu berücksichtigen. Wie schon in Abschnitt 2.7 erwähnt wurde, geschieht dies beim Compound-Scan überwiegend in der Form, daß ein bestimmtes Pixel als neuen Wert das Maximum aus dem alten Wert und dem Meßwert zugewiesen bekommt, während bei der USRCT der Meßwert zum alten Wert zu addieren ist. Dagegen ist beispielsweise die Adressrechnung identisch, die zur Entscheidung notwendig ist, welches Pixel aktuell angesprochen wird.

Der Mehraufwand eines USRCT-Systems gegenüber einem Compound-Scanner besteht daher im wesentlichen in der durchzuführenden ein- bzw. zweidimensionalen Filterung. Möglichkeiten zu deren Realisierung werden in den folgenden Abschnitten angesprochen.

4.2.3 Zweidimensionale Filterung

Für die Filterung des Summationsbildes mit einem zweidimensionalen inversen Filter nach Abschnitt 3.2.2 sind wiederum zumindest theoretisch analoge (insbesondere optische) Lösungen denkbar, doch wird bei der USRCT praktisch nur eine digitale Lösung in Frage kommen. Für die hier vorliegende Arbeit standen keine Rechnerprogramme zur zweidimensionalen linearen Signalverarbeitung zur Verfügung, speziell wäre ein Programm zur zweidimensionalen Fouriertransformation (2DFFT) nötig gewesen. Die folgenden Ausführungen beschränken sich deshalb auf einige allgemeine Bemerkungen.

Die Realisierung eines zweidimensionalen Filters kann sowohl im Orts- wie im Ortsfrequenzbereich erfolgen. Eine Filterung im Ortsbereich erfordert die Ausführung einer zweidimensionalen diskreten Faltung gemäß

$$s'_{ij} = \sum_{\mu=-L}^L \sum_{\nu=-L}^L s_{i+\mu, j+\nu} \cdot c_{\mu\nu} \quad (4.8)$$

d.h. das Pixel (i, j) des gefilterten Bildes entsteht durch die gewichtete Summation des entsprechenden, sowie der umliegenden Pixel des Summationsbildes. Je nach Größe von L (bzw. der Anzahl der von Null verschiedenen Koeffizienten $c_{\mu\nu}$) spricht man z.B. von einem 9-Punkt Faltungskern, usw.

Eine "inplace"-Ausführung der Operation (4.8), d.h. ein Zurückschreiben des neu errechneten Wertes s'_{ij} in die Speicherzelle s_{ij} ist nicht möglich, da hierdurch die Ergebnisse der nachfolgend errechneten Pixel verfälscht würden. Aus diesem Grund ist i.a. ein gewisser Mehrbedarf an Speicherplatz gegenüber dem zur Speicherung des Summationsbildes nötigen vorhanden. Bei geeigneter Datenorganisation braucht jedoch nicht Platz für 2 komplette Bilder vorgesehen zu werden.

Allerdings steigt für größere Kerne der Rechenzeitbedarf wegen der großen Anzahl der auszuführenden Operationen stark an. Dann ist es u.U. vorteilhaft, auf eine Verarbeitung im Ortsfrequenzbereich überzugehen. Dazu ist das Bild zunächst mittels einer 2DFFT in den Ortsfrequenzbereich zu transformieren, dort punktweise mit der Filterfunktion zu multiplizieren und anschließend durch eine inverse 2DFFT zurückzutransformieren. Da die 2DFFT sehr effizient programmierbar ist, ergibt sich häufig ein Zeitgewinn gegenüber der Filterung im Ortsbereich. Obwohl die Fouriertransformation "inplace" erfolgen kann, erfordert die Verarbeitung nach dem 2. Verfahren gegenüber dem ursprünglichen Summationsbild den doppelten Speicheraufwand, da die Werte im Ortsfrequenzbereich i.a. komplex sind.

Nachteilig bei der inversen Filterung im Ortsfrequenzbereich ist weiterhin noch, daß mit der numerischen Fouriertransformation aufgrund von unvermeidlichen Rundungsfehlern stets ein Verlust an Information verbunden ist. Da die Werte des Summationsbildes durch die relativ grobe Quantisierung bei der Messung der B-Bilder ohnehin mit verhältnismäßig großen Ungenauigkeiten behaftet sind, kann die zweimalige Ausführung der 2DFFT durchaus zu einer deutlichen Verschlechterung des Signal/Rausch-Verhältnisses führen.

4.2.4 Eindimensionale Vorfilterung

Wie bereits in Abschnitt 3.4.2 angedeutet, wurde die Variante der eindimensionalen Vorfilterung vor allem im Hinblick auf eine besonders vorteilhafte Anwendung des verallgemeinerten CT-Konzepts bei der USRCT untersucht. Wie aus den bisherigen Betrachtungen unmittelbar einsichtig ist, läßt sich das Verfahren der Vorfilterung direkt auf die gemessenen Ultraschall-Echos anwenden, d.h. auf ein elektrisches Zeitsignal. Je nachdem an welcher Stelle der Signalverarbeitungskette die Filterung erfolgt, kann dieses Signal zeitkontinuierlich oder -diskret und/oder amplitudenkontinuierlich oder -quantisiert sein. Damit kommen für das Filter die meisten der bekannten (für den fraglichen Frequenzbereich von ca. 1...5 MHz geeigneten) Filtertechnologien in Betracht, z.B. passive (oder aktive) RLC-Filter (zeit- und amplitudenkontinuierlich), ferner etwa CCD-Filter (zeitdiskret, amplitudenkontinuierlich) oder digitale Filter (zeitdiskret amplitudenquantisiert).

Die Realisierung von zeitkontinuierlichen oder -diskreten Filtern mit einer vorgegebenen Übertragungsfunktion ist in der einschlägigen Literatur sehr ausführlich behandelt und soll hier nicht allgemein betrachtet werden (z.B. /16/,/19/). Im weiteren wird stattdessen beispielhaft die Realisierung eines speziellen Korrekturfilters in Form eines digitalen; nichtrekursiven Filters (FIR-Filter, "finite impulse response") gezeigt. Eine digitale Lösung erscheint für die USRCT besonders vorteilhaft, da die Ultraschallsignale zur Weiterverarbeitung im Rechner ohnehin in digitalisierter Form anfallen. FIR-Filter sind einfach zu realisieren und weisen u.a. den Vorteil unbedingter Stabilität auf. Eine mögliche Grundstruktur eines nichtrekursiven Filters mit $L-1$ Verzögerungselementen, $L-1$ Addierern und L Multiplizierern zeigt Abb. 4-5. (Kann durch entsprechende Skalierung der Koeffizienten h_j mindestens ein Koeffizient zu Eins gemacht werden, sind tatsächlich nur $L-1$ Multiplizierer nötig).

Da zum einen für die vorliegende Arbeit kein Programm zur Verfügung stand, das die Berechnung der Korrekturfunktion aus einer zweidimensionalen, gemessenen Teilbild-PÜF erlaubte, und zum anderen die Meßwerte der Teilbild-PBF (vgl. Abb. 2-8) mit zu großen Unsicherheiten behaftet erschienen, um verläßliche Werte im Ortsfrequenzbereich durch numerische Fouriertransformation (FFT) zu erhalten, wurde die idealisierte PÜF des Modellsystems

nach Abschnitt 2.8 zur Berechnung des Korrekturfilters verwendet. Das so ermittelte Korrekturfilter weicht sicher deutlich von dem eigentlich erforderlichen (für ein bestimmtes Optimierungskriterium) ab, so daß die durchgeführten experimentellen Untersuchungen gleichzeitig eine grobe Aussage über die Empfindlichkeit der USRCT gegenüber Variationen der Korrekturfunktion erlauben.

Wir betrachten speziell die entnormierte Korrekturfunktion nach Abb. 3-10 d (dort gestrichelt dargestellt), die zusammen mit der Teilbild-PÜF des Modellsystems eine Gesamt-PÜF $t_{\text{bess.71}}(\omega_r)$ liefert. Abb. 4-6 zeigt die Impulsantwort dieses Filters, die numerisch berechnet wurde. Im Gegensatz zu Abb. 3-16 d, wo die Impulsantwort des entsprechenden normierten Korrekturfilters dargestellt ist, haben die Oszillationen beträchtlich zugenommen. Die Realisierung eines FIR-Filters geschieht nun in der Weise, daß der kontinuierlichen Impulsantwort $f_k(t)$ L Abtastwerte $f_{(k),1} = f_k(1 \cdot \Delta t)$ mit $|1| \leq L/2$ entnommen und diese dann als Multipliziererkoeffizienten h_j in Abb. 4-5 verwendet werden. Aus Aufwandsgründen kann natürlich L nicht beliebig groß werden. Die Vernachlässigung der übrigen Abtastwerte ist nur dann bei vernachlässigbarem Fehler zulässig, wenn diese hinreichend klein sind.

Die Wahl des Abtastintervalls Δt ist dabei weitgehend beliebig, solange das Shannon-Theorem nicht verletzt wird. Insbesondere kann man Δt nur wenig kleiner als die zulässige Obergrenze wählen, also

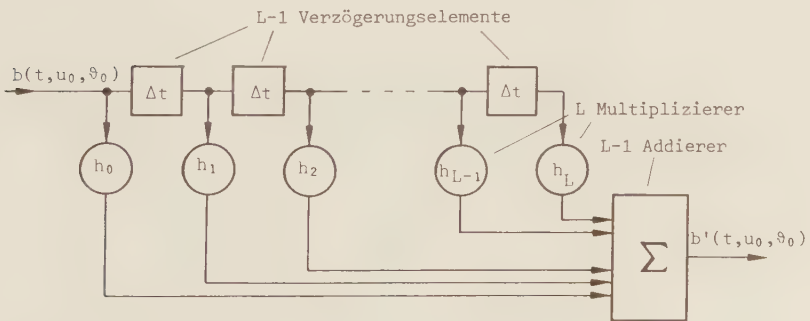


Abb. 4-5 Grundstruktur eines nichtrekursiven Filters

$$\Delta t = a/2 - \epsilon$$

$$(0 < \epsilon \ll 1)$$

Damit ergeben sich die in Abb. 4-6 durch Punkte gekennzeichneten Abtastwerte, die auch in Tab. 4-1 nochmals zahlenmäßig aufgelistet sind. (Die obige Wahl von Δt setzt allerdings voraus, daß das Eingangssignal als mit guter Genauigkeit bandbegrenzt mit $\omega_g = \omega_{\max} = 2\pi/a$ gelten kann. Andernfalls ergeben sich durch die sich zyklisch fortsetzende Übertragungsfunktion eines zeitdiskreten Filters gravierende Fehler durch den sog. "Rückfaltungs"- oder "Aliasing"-Effekt, siehe z.B. /16/, /19/).

Abb. 4-6 zeigt, daß praktisch nur ca. 8 Abtastwerte beidseits des Nullpunkts wesentlich von Null verschiedene Werte aufweisen. Wählt man allerdings Δt nur geringfügig kleiner, so ist offensichtlich, daß dann eine erheblich höhere Anzahl an Koeffizienten berücksichtigt werden muß, weil die Abtastwerte für größere t nicht mehr mit den Nullstellen von f_k zusammenfallen.

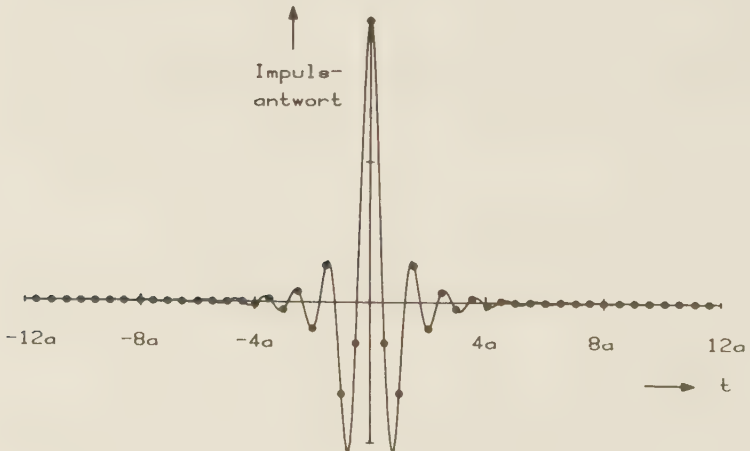


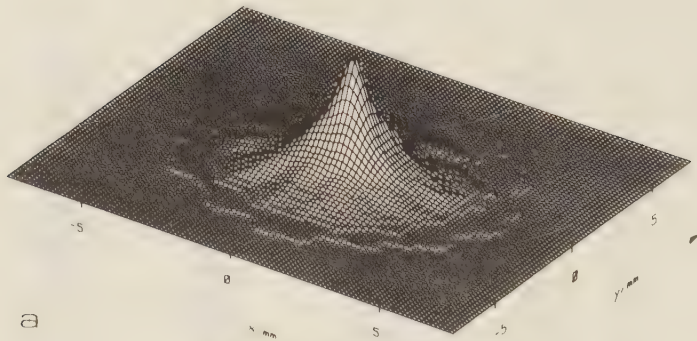
Abb. 4-6 Impulsantwort des (entnormierten) Korrekturfilters des Modellsystems mit Abtastpunkten bei digitaler Realisierung

	μ	0	1	2	3
$\downarrow$	(0)	1.0000	-0.1455	-0.3250	0.1385
	(4)	-0.0954	0.0396	-0.0269	0.0126
	(8)	-0.0086	0.0045	-0.0029	0.0016
ν	(12)	-0.0010	0.0005	-0.0002	0.0000
	(16)	0.0001	-0.0002	0.0002	-0.0003
	(20)	0.0003	-0.0003	0.0003	-0.0003
	(24)	0.0003	-0.0003	0.0003	-0.0003
	(28)	0.0002	-0.0002	0.0002	-0.0002
	(32)	0.0002	-0.0002	0.0002	-0.0002
	(36)	0.0002	-0.0002	0.0002	-0.0002
	(40)	0.0002	-0.0002	0.0001	-0.0001
	(44)	0.0001	-0.0001	0.0001	-0.0001
	(48)	0.0001	-0.0001	0.0001	-0.0001
	(52)	0.0001	-0.0001	0.0001	-0.0001
	(56)	0.0001	-0.0001	0.0001	-0.0001
	(60)	0.0001	-0.0001	0.0001	-0.0001
	(64)	0.0000	-0.0000	0.0000	-0.0000
	(68)	0.0000	-0.0000	0.0000	-0.0000

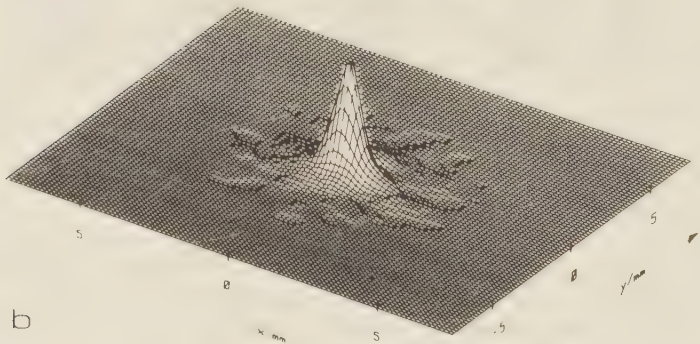
Tab. 4-1 Abtastwerte aus Abb. 4-6 (Index $i = \mu + \nu$)

In den experimentellen Untersuchungen des folgenden Kapitels werden überwiegend 15 Koeffizienten beidseits des Nullpunkts (also insgesamt 31) verwendet, gelegentlich aber auch nur 7 (15). Die so rekonstruierten Bilder unterscheiden sich nur minimal. Verkürzt man im Extremfall die Impulsantwort des digitalen Filters auf nur 3 Abtastwerte, so kommt man zu einer äußerst einfachen technischen Realisierung mit nur 2 Multiplizierern, 2 Addierern und 2 Verzögerungselementen. Ist die Impulsantwort wie im vorliegenden Fall symmetrisch zu $t=0$, so kann nochmals ein Multiplizierer eingespart werden. Die Bildqualität leidet allerdings bei diesem extrem vereinfachten Filter deutlich.

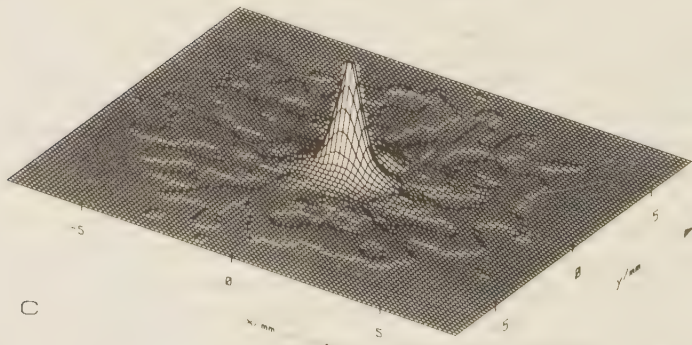
In Abb. 4-7(a) ist das aus den gemessenen B-Bildern (vgl. Abb. 2-8) rekonstruierte Summationsbild einer dünnen Stecknadel bei 45 Aspektwinkeln dargestellt. Abb. 4-7(b) zeigt demgegenüber das Resultat nach Vorfilterung der B-Bilder mit einem FIR-Filter mit 31 Koeffizienten, während Abb. 4-7(c) mit 3 Koeffizienten rekonstruiert wurde. In (b) liegen die Überschwinger im Bereich einer Bildquantisierungsstufe (hier: 64), d.h. bei weniger als



a



b



c

Abb. 4-7 Summationsbild (a) und gefiltertes Summationsbild nach Vorfilterung mit 2 verschiedenen FIR-Filtern; Länge der Impulsantwort: (b) 31 Koeffizienten, (c) 3 Koeffizienten

-36dB. Bei (c) sind die Überschwinger nicht nur auf etwa das Doppelte angestiegen ($\approx -30\text{dB}$), sie erstrecken sich auch über eine wesentlich größere Fläche. Beides zusammen ist für die deutlich sichtbare Bildverschlechterung verantwortlich. Für den Fall von 31 Koeffizienten liegt allerdings sowohl die Auflösung als auch der Überschwingerpegel trotz der nicht optimal angepaßten Korrekturfunktion im theoretisch vorhergesagten Bereich.

4.3 Versuchsaufbau

Zur Durchführung der in Kapitel 5 beschriebenen experimentellen Untersuchungen wurde ein universeller Ultraschall-Meßplatz verwendet. Dabei stand, den hier angestrebten Grundlagenuntersuchungen entsprechend, primär das Ziel hoher Flexibilität im Vordergrund, während Fragen wie echtzeitnaher Betrieb oder Bedien- und Untersuchungskomfort von untergeordneter Bedeutung waren. In einer weitergehenden praktischen, insbesondere klinischen, Anwendung des Verfahrens dürften dagegen die Prioritäten durchaus umgekehrt zu setzen sein.

Ein Blockschaltbild der Meßanordnung zeigt Abb. 4-8. Der gesamte Aufbau gliedert sich in 5 Teile:

- Mechanik
- Teilbild-Abbildungssystem
- Datenverarbeitung
- Ausgabe
- Steuerung

Alle Geräte laufen unter der Kontrolle eines Tischrechners, der die gesamte Messung steuert.

Der mechanische Teil besteht aus zwei alternativ anschließbaren Meßapparaturen, die von ihrer grundsätzlichen Funktion her gleich sind, sich jedoch konstruktiv wesentlich unterscheiden. Die "große" Meßapparatur (Abb. 4-9a) beinhaltet ein 80 cm hohes, ca. 500 l fassendes Wasserbecken. Dicht über der Wasseroberfläche ist eine massive Aluminiumplatte mit einem drehbaren Montageteller befestigt. Unter diesem Montageteller läßt sich ein lineares Schallwandler-Array so befestigen, daß es durch die Tellerdrehung vollständig um das Untersuchungsobjekt herumbewegt werden

kann. Der Teller ist zu diesem Zweck mit einer Bohrung von 20 cm Durchmesser versehen, was das Einbringen von Objekten von oben her erlaubt. Dieser Aufbau ermöglicht insbesondere in-vivo-Messungen an menschlichen Extremitäten.

Einen wesentlich kompakteren Aufbau weist die "kleine" Meßapparatur auf (Abb. 4-9c). Hier ist ein lineares Array in die Wand eines kleinen Plexiglasbeckens (ca. 2,5 l) eingelassen. Bei der Messung wird das Becken zusammen mit dem Array gedreht. Über dem Wasserbehälter befindet sich eine feste Aluminiumauflage (in Abb. 4-9c abgenommen), mit einer Aussparung von ca. 13 cm Durchmesser. An dieser Meßapparatur wurde die überwiegende Zahl der Experimente durchgeführt, insbesondere die Messungen an Phantomen, sowie in-vitro und in-vivo-Messungen an Brust und Hoden.

Als Teilbild-Abbildungssystem findet ein kommerzieller Echtzeit-Parallelscanner Verwendung, der den wahlweisen Anschluß eines 2,25- bzw. 3,5 MHz Arrays mit 54 Elementen erlaubt. Das Gerät (Siemens Multison 400) wurde so modifiziert, daß sowohl die hochfrequenten als auch die demodulierten Echos weiterverarbeitet werden können. Dazu dient ein Transientenrecorder, der bis zu 7 Ultraschall-Echozeilen digitalisieren und speichern kann.

Für die Datenverarbeitung stehen zwei alternative Möglichkeiten zur Verfügung: "online"-Verarbeitung in einem im Meßplatz integrierten Mikrosignalprozessor oder "offline"-Verarbeitung im Regionalen Rechenzentrum Erlangen (RRZE). Der Mikrosignalprozessor (MSP) wurde vom Institut für Nachrichtentechnik der Universität Erlangen-Nürnberg entwickelt und gebaut (/82/). Er ist in Bitslicetechnik realisiert und verfügt über einen speziellen, mikroprogrammierten Befehlssatz für Signalverarbeitungs-Anwendungen. Er wird vom Tischrechner mit Programmen und Daten versorgt und läuft unter dessen Kontrolle.

Da der MSP bislang nur in Assemblersprache programmiert werden kann, ist das Schreiben, Testen und Ändern von Programmen verhältnismäßig zeitaufwendig. Speziell für die Erprobung von Rekonstruktionsalgorithmen ist daher der Großrechner TR440 des Rechenzentrums besser geeignet. Er ist über eine Standleitung mit dem Meßplatz verbunden und kann ebenfalls unter völliger Kontrolle des Tischrechners arbeiten. Während die effektiven Rechenzeiten von TR440 und MSP für gleiche Algorithmen in der sel-

ben Größenordnung liegen, stellt die Standleitung aufgrund ihrer geringen Übertragungsrate ein ausgesprochenes "Nadelöhr" dar, so daß die Zeit für eine typische USRCT-Messung beim Großrechner etwa bei einer Stunde liegt, während mit dem MSP 2-3 Minuten erreichbar sind.

Das am häufigsten verwendete Ausgabegerät für die rekonstruierten Bilder ist ein digitaler Bildspeicher mit angeschlossenem Fernsehmonitor. Der

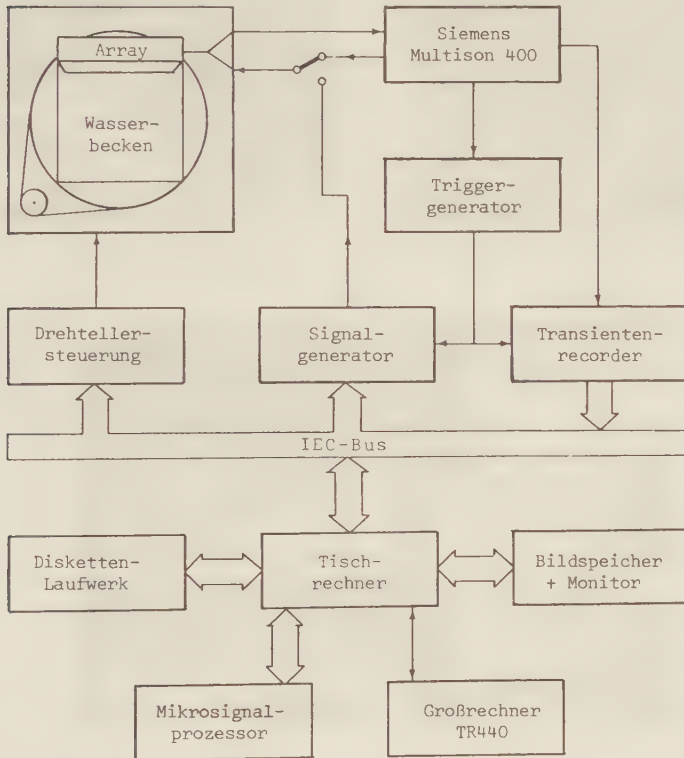


Abb. 4-8 Blocksaltbild des universellen Ultraschall-Meßplatzes

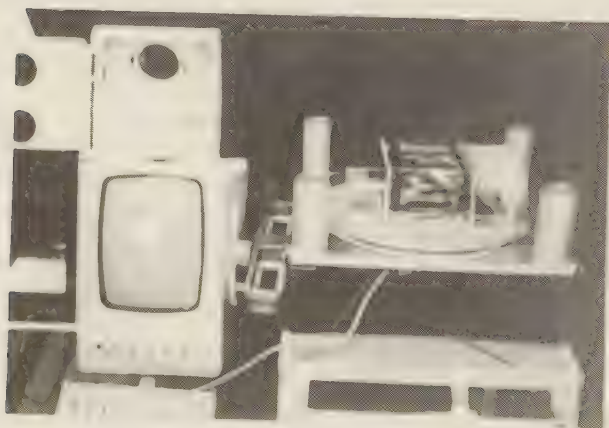


Abb. 4-9 Aufnahmen des Versuchsaufbaus; (a) "große" Meßapparatur,
 (b) Meßplatz, (c) "kleine" Meßapparatur

Bildspeicher kann gleichzeitig 3 Bilder zu je $256 * 256$ Pixeln und 16 Graustufen in Videonorm darstellen und damit die 3 Farbkanäle des Monitors steuern. Das Fernsehbild läßt sich mit einer Polaroid- oder Kleinbildkamera abfotographieren. Die Bilder können jedoch auch auf Floppy-Disk gespeichert werden. Für spezielle Aufgaben stehen auch die Ausgabegeräte Drucker und Plotter zur Verfügung.

Zum Steuerteil des Meßaufbaus gehören schließlich neben dem Tischrechner hp9825 noch die Ansteuerschaltungen für die Drehteller und diverse Schaltungen zur Synchronisierung der einzelnen Geräte. Wie bereits erwähnt, steuert der Tischrechner alle angeschlossenen Geräte (außer dem Multison) und überwacht den gesamten Meßablauf. Insbesondere laufen alle Daten zwischen Transientenrecorder, Rekonstruktionsrechner (MSP oder TR440) und Bildspeicher über den Hauptspeicher des Tischrechners. Sowohl Rohdaten als auch Bilddaten können dabei auf Floppy-Disk abgespeichert und von dort wieder gelesen werden. Dem Tischrechner kommt somit eine zentrale Stellung im gesamten Meßaufbau zu. Auf ihm beruht auch wesentlich die hohe Flexibilität des Systems.

Abbildung 4-9b zeigt den gesamten Meßplatz. Zahlreiche weitere Meßgeräte dienen anderen, im Rahmen der vorliegenden Arbeit nicht behandelten Meßaufgaben. So ist z.B. über ein zweites Array der "kleinen" Meßapparatur die gleichzeitige Messung der Transmissionsparameter Laufzeit und Absorption, sowie deren Frequenzabhängigkeit möglich. Auch diese Parameter können bekanntlich mit CT-Techniken als zweidimensionale Bilder rekonstruiert werden.

5 Experimentelle Untersuchungen

5.1 Vorbemerkungen

In den vorangegangenen Kapiteln wurde versucht, das Verhalten eines USRCT-Systems unter idealen Bedingungen theoretisch vorherzusagen und einige der wesentlichen Fehlerquellen in der Praxis aufzuzeigen und abzuschätzen. Viele Einflüsse auf die Bildqualität bei einem realen System lassen sich jedoch nur schwer quantitativ erfassen. Es ist deshalb von großer Wichtigkeit, die theoretischen Ergebnisse unter realen Bedingungen zu überprüfen.

Die in diesem Kapitel beschriebenen Experimente gliedern sich in 2 Teile: Durch Untersuchungen an künstlichen Objekten mit bekannten Eigenschaften (Phantomen) sollte die prinzipielle Funktionsfähigkeit des Verfahrens bei verschiedenen Objektklassen nachgewiesen werden, während Untersuchungen an biologischen Objekten Aussagen über die praktische Verwendbarkeit ermöglichen. Die medizinisch-biologischen Experimente orientieren sich im wesentlichen an den möglichen Einsatzgebieten der USRCT in der medizinischen Diagnostik. Sie wurden so weit als möglich unter in-vivo-Bedingungen durchgeführt. Damit ist zwangsläufig der Nachteil verbunden, daß kein direkter Vergleich zwischen Ultraschallbild und physikalischer Beschaffenheit der Schnittebene möglich ist. Eine Beurteilung des Verfahrens ist damit nur anhand des subjektiven Bildeindrucks des Auges und anhand von Vergleichen mit anderen bildgebenden Verfahren, insbesondere mit konventionellen Ultraschallverfahren, möglich.

Die folgenden Aussagen gelten für alle Bilder in diesem Kapitel, soweit nicht im Einzelfall anders spezifiziert: Alle Aufnahmen mit Ausnahme von Abb. 5-11 und 5-12 wurden bei 3,5 MHz erstellt. Alle Summations- und RCT-Bilder wurden aus 30 B-Bildern rekonstruiert, deren Aspektwinkel einen Bereich von 360° überdecken. RCT-Bilder wurden nach dem Verfahren der Vorfilterung und Summation erstellt. Alle Grautonbilder bestehen aus einer Matrix von $128 * 128$ Pixeln mit 16 möglichen Graustufen. Die Helligkeitsstufung ist linear, wobei "Schwarz" dem Bildwert Null und "Weiß" dem höchsten auftretenden Bildwert entspricht. Eventuell auftretende negative Bildwerte werden zu Null gesetzt.

5.2 Untersuchungen an Phantomen

Reale Objekte lassen sich grob in 3 Gruppen einteilen:

- Isolierte Streuzentren (beispielsweise dünne Gefäße)
- Dichte Ansammlungen von sich gegenseitig beeinflussenden Streupunkten (z.B. homogenes Gewebe)
- diffus oder spiegelnd reflektierende Grenzflächen (z.B. Organgrenzen)

In biologischen Proben kommen i.a. Objekte aller 3 Klassen gleichzeitig vor. Um das Verhalten der RCT für jede Objektklasse getrennt untersuchen zu können, wurden unterschiedliche Phantome verwendet. Im folgenden werden jeweils typische Ergebnisse aus jeder der Objektgruppen beschrieben.

Zum Test des Auflösungsvermögens von Ultraschall-Abbildungssystemen werden meist hohenumabhängige Anordnungen aus dünnen Drähten oder Nadeln verwendet, die die Eigenschaften idealer Streupunkte recht gut annähern. In Abb. 5-1 ist eine derartige Anordnung skizziert. Abb. 5-2 a zeigt ein einzelnes B-Bild des Testobjekts, wobei deutlich die wesentlich verschiedene Auflösung in lateraler bzw. axialer Richtung zu erkennen ist. (Halbwertsbreite ca. 10 bzw. 2 mm). Die Schallausbreitungsrichtung in dieser wie in allen nachfolgenden B-Bildern dieses Kapitels (außer Abb. 5-5) ist von oben nach unten.

Die Überlagerung von 30 B-Bildern aus einem Aspektwinkelbereich von 360° liefert das in Abb. 5-2 b dargestellte Summationsbild. Wie deutlich zu sehen ist, ist die Auflösung nunmehr rotationssymmetrisch und wesentlich besser als die laterale Auflösung in Abb. 5-2 a. Trotzdem bleibt ein deutlicher Unschärfeeindruck im Bild, der vom langsamen Abfall der PBF im "Sockelbereich" herrührt.



Abb. 5-1 Skizze einer Testanordnung von 7 Stecknadeln (Durchmesser 0.5mm) (alle Maße in mm)

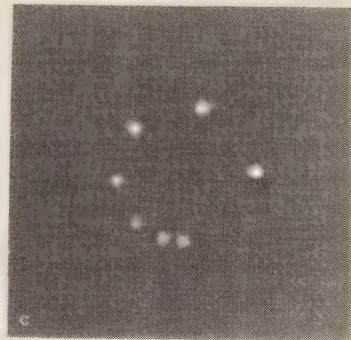
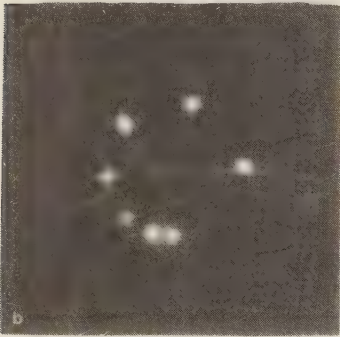
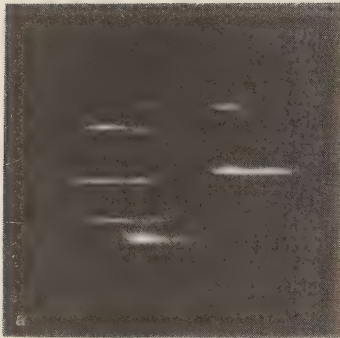


Abb. 5-2 Testobjekt, bestehend aus
7 Nadeln (ϕ .5 mm)
(a) konv. B-Bild
(b) Summationsbild
(c) USRCT-Bild

Abb. 5-2 c zeigt schließlich ein aus den selben Rohdaten gewonnenes RCT-Bild. Hier ist nun deutlich die wesentlich gesteigerte Auflösung gegenüber dem vorhergehenden Bild zu erkennen. Diese Auflösungsverbesserung geht natürlich auf Kosten einer gewissen Artefaktentstehung. Die Amplituden der Artefakte bewegen sich etwa im Bereich der niedrigsten 1-2 Helligkeitsstufen und sind damit kaum wahrnehmbar. (Negative Überschwinger der selben Größenordnung wurden, wie bereits eingangs erwähnt, bei der Bilddarstellung unterdrückt).

In verschiedenen Versuchen (/75/,/79/) wurde gezeigt, daß wassergetränkte Schaumgummikörper hinsichtlich ihres Streuverhaltens verhältnismäßig gute Modelle für homogenes biologisches Gewebe (z.B. Lebergewebe) darstellen. Die einzelnen Schaumgummiblaschen wirken dabei als Streupunkte, ihr gegenseitiger Abstand ist aber so gering, daß bereits die typischen ausgeprägten Interferenzeffekte ("Speckle") auftreten, die für medizinische Ultraschallbilder charakteristisch sind. Allerdings ist die Dämpfung und der Unterschied der Schallgeschwindigkeit gegenüber Wasser deutlich geringer als bei biologischem Gewebe.

Für die Erprobung der RCT wurden aus Schaumgummi eine Reihe unterschiedlicher Testkörper gefertigt. Durch Einstanzen von Löchern verschiedenen Durchmessers können "Zysten" im Gewebe simuliert werden. In Abb. 5-3 a ist ein derartiges Gebilde skizziert, wobei der Durchmesser der eingestanzten Löcher 2,4,6,8 bzw. 10 mm beträgt. Der Schaumgummikörper hat eine Höhe von ca. 3 cm und ist im makroskopischen Bereich (d.h. unter Nichtberücksichtigung der Bläschen) höhenunabhängig.

Die Abbildungen 5-4 a bis c zeigen wiederum der Reihe nach ein einfaches B-Bild, das Summationsbild und das RCT-Bild dieses Schaumgummiobjekts. Es ist deutlich zu erkennen, daß schon die Bildqualität des Summationsbildes deutlich über der des normalen B-Bildes liegt. Dies ist einerseits

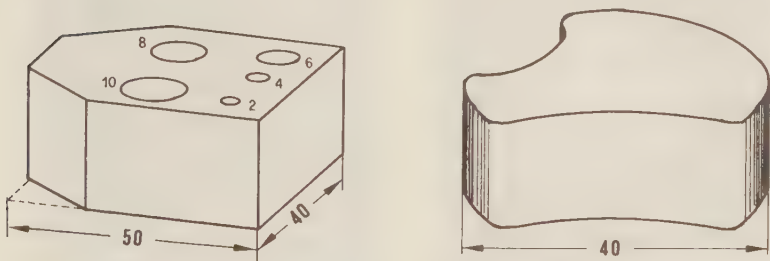


Abb. 5-3 Testobjekte; (a) Schaumgummiblock mit Löchern ("weiches Gewebe"), (b) PVC-Block ("Knochen")

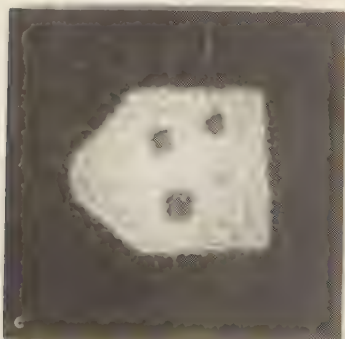
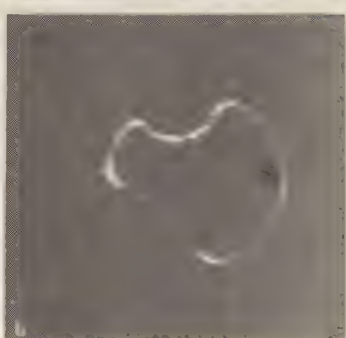
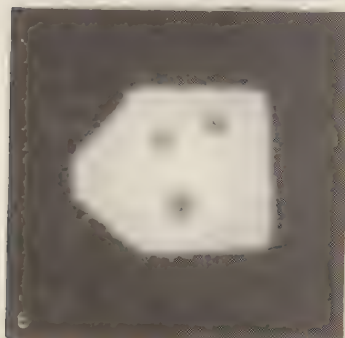
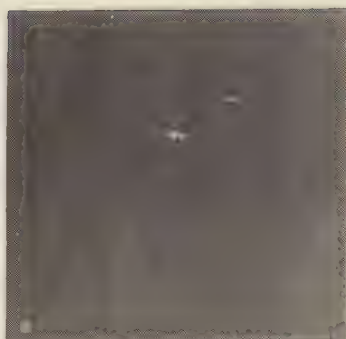
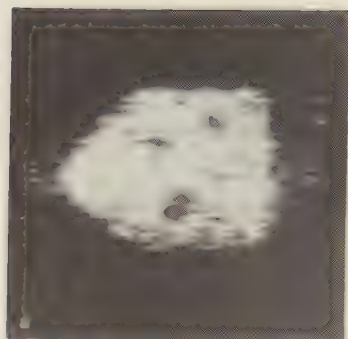


Abb. 5-4 Schaumgummiblock
(a) B-Bild, (b) Summations-
bild, (c) USRCT-Bild

Abb. 5-5 PVC-Block
(a) B-Bild, (b) Summations-
bild, (c) USRCT-Bild

auf die Mittelung statistischer Fehler, andererseits auf die rotations-symmetrische Auflösung des Summationsbildes zurückzuführen. Die Erkennbarkeit der "Zysten" im Summationsbild ist sehr gut, selbst das 2mm-Loch ist – im Gegensatz zum B-Bild – einigermaßen zu erkennen. Dagegen lassen sich nur wenige, offenbar besonders starke Streupunkte unterscheiden.

Das RCT-Bild weist dagegen einen wesentlich veränderten Charakter auf: Das im Summationsbild noch relativ gleichmäßige "Gewebe" ist nun in eine Vielzahl einzelner Streupunkte aufgelöst, während die "Zysten" in dem insgesamt wesentlich körnigeren Muster etwas schwerer auszumachen sind.

Bemerkenswerterweise ändert sich das RCT-Bild bis hin zu feinen Bilddetails praktisch nicht mehr, wenn das Schaumgummiobjekt lediglich innerhalb der Schnittebene verschoben wird. Dies deutet darauf hin, daß das in Abb. 5-4 c sichtbare Streupunktmuster im wesentlichen die physikalische Streupunktverteilung repräsentiert und im Gegensatz zum einfachen B-Bild kaum durch Interferenzeffekte beeinflusst ist.

Die dritte für die Praxis bedeutsame Objektklasse wird durch spiegelnde Grenzflächen gebildet. Zur Simulation von mehr oder weniger diffus reflektierenden Grenzflächen dienten in den hier beschriebenen Experimenten PVC-Frästeile von kompliziertem, aber höhenunabhängigem Querschnitt. Diffuse Reflexion kann durch Bekleben der Mantelfläche mit Sandpapier oder ähnlichem bewirkt werden, wobei das Verhältnis von spiegelnder zu diffuser Reflexion durch die Wahl der Körnung variiert werden kann.

In Abb. 5-3 b ist ein derartiges PVC-Objekt mit sowohl konvexen als auch konkaven Krümmungsbereichen skizziert. Ohne Sandpapierauflage reflektiert dieses Objekt praktisch ideal spiegelnd, so daß sich im B-Bild (Abb. 5-5 a) erwartungsgemäß nur diejenigen Flächenstücke abbilden, die senkrecht zur Schallausbreitungsrichtung orientiert sind. Durch Summation von B-Bildern aus verschiedenen Richtungen schließt sich die Kontur und man erhält ein Bild wie in Abb. 5-5 b. Es ist anzumerken, daß in diesem Fall eine Umrundung des Objekts um 360° unbedingt erforderlich ist, da durch die Brechung der Schallwellen an der Grenzfläche Wasser/PVC keine Echos von der rückseitigen Grenzfläche empfangen werden. Selbst im Fall, daß zufällig beide hintereinander liegenden Grenzflächen senkrecht zum Wandler orientiert sind, würde das Rückwandecho aufgrund der gegenüber

Wasser höheren Schallgeschwindigkeit von PVC an der falschen Stelle erscheinen. Die Umgehung derartiger Verzeichnungseffekte durch geeignete Algorithmen bereitet jedoch prinzipiell keine Probleme (/80/).

Abb. 5-5 c zeigt schließlich das zugehörige RCT-Bild des PVC-Objekts. Gegenüber dem Summationsbild ist eine scheinbare Auflösungserhöhung eingetreten. Dieser Effekt wurde bereits in Abschnitt 4.1.1 behandelt. Charakteristisch für diese Art von "Pseudoschärfe" sind kräftige Kontrastüberhöhungen in der Nähe der Grenzflächen, die mit guter Näherung mit den theoretisch zu erwartenden Welligkeiten ($\approx 30\%$) übereinstimmen. Werden, wie in Abb. 5-5 c geschehen, die fälschlicherweise entstehenden negativen Bildkomponenten entfernt, so beurteilt das Auge den scheinbaren Schärfegewinn als durchaus positiv. Ähnliche Kontrasterhöhungsverfahren werden im übrigen auch bei konventionellen B-Bild-Verfahren häufig angewendet ("Enhancement"), weshalb die bei der RCT an Grenzflächen auftretende Kontrastüberhöhung im praktischen Einsatz nicht stören wird.

5.3 In-vitro und in-vivo Messungen

Die Einsatzmöglichkeiten der Ultraschall-RCT in der medizinischen Diagnostik werden durch die Forderung eingeschränkt, daß das zu untersuchende Organ unter einem Aspektwinkelbereich von mindestens 180° beschallt werden muß. Bei strenger Auslegung dieser Forderung verbleiben damit lediglich Mamma, Hoden und Extremitäten. Zumindest für die ersten beiden Organe besteht jedoch ein großer Bedarf an nichtinvasiven und ungefährlichen Diagnoseverfahren. Im folgenden werden einige beispielhafte Ergebnisse aus den Bereichen Mamma- und Hodendiagnostik vorgestellt, die darauf hinweisen, daß die USRCT möglicherweise ein nützliches diagnostisches Hilfsmittel darstellen könnte. Die Aufnahmen werden ergänzt durch zwei Ultraschall-Querschnittsbilder der Extremitäten.

Die weibliche Brust ist ein stark strukturiertes, inhomogenes Organ, dessen sonographische Untersuchung viel Erfahrung erfordert und sehr zeitaufwendig ist. Schon aus diesem Grund wäre eine weitgehend automatisierte, gut reproduzierbare Untersuchungsmethode wie die USRCT von Vorteil.

Abb. 5-6 zeigt von oben nach unten ein konventionelles B-Bild, ein Summationsbild und ein RCT-Bild der Brust einer gesunden, 24-jährigen Probandin in einem sog. Frontalschnitt. Die Bildqualität nimmt in der genannten Reihenfolge deutlich zu. Während im B-Bild praktisch keine Details zu erkennen sind, zeigt das Summationsbild bereits einen recht guten, wenn auch etwas verwaschenen Gesamtüberblick. Erst das RCT-Bild gibt klar das inhomogene, aber relativ gleichmäßige Strukturmuster des Drüsengewebes wieder.

In den Abbildungen 5-7 a-c hebt sich aus dem wieder recht gleichmäßigen Drüsenmuster ein großer, sehr echoarmer Bereich heraus. Es handelt sich in diesem Fall um ein ca. 3 cm großes, gutartiges Fibroadenom in der Brust einer 28-jährigen Patientin. Von oben nach unten sind wiederum B-Bild, Summationsbild und RCT-Bild der selben Schnittebene dargestellt. Bezüglich der Bildqualität lassen sich die selben Feststellungen wie bei der gesunden Brust in Abb. 5-6 treffen. Natürlich ist das Adenom aufgrund seiner beträchtlichen Größe auch im konventionellen B-Bild zu erkennen. Von Interesse ist jedoch, daß im RCT-Bild in der Nähe des Adenoms faserige Strukturen und das Auftreten gewisser Vorzugsrichtungen im Gewebe zu erkennen sind, die häufig das Frühstadium eines Tumors darstellen, bevor der eigentliche Tumor aufgrund seiner Größe in einem konventionellen Ultraschallbild erkennbar wird.

In Abb. 5-8 ist schließlich ein ausgedehntes Milchgang-Carcinom bei einer 59-jährigen Patientin zu sehen. Bei den Abbildungen a-d handelt es sich um mehrere konventionelle B-Bilder aus verschiedenen Aspektwinkeln, bei denen jeweils mehr oder weniger große Teile des Carcinoms erkennbar sind. Erst im Summationsbild wird jedoch die gesamte Ausdehnung und die Struktur des Krebses sichtbar. Das RCT-Bild liefert, wie in allen vorangegangenen Bildern, eine erheblich höhere Auflösung als das Summationsbild und ermöglicht somit die Erkennbarkeit feiner Details.

Im Gegensatz zum Drüsengewebe der Brust handelt es sich beim gesunden Hoden um ein sehr homogenes Organ. Das diagnostische Hauptinteresse liegt, wie bei der Mamma, bei der Früherkennung von Tumoren. Wegen der hohen Bösartigkeit von Hodencarcinomen muß der Tumor in einem Stadium erkannt werden, in dem seine Größe ca. 2-3 mm Durchmesser nicht überschritten hat. Daraus resultiert die Forderung, daß die Auflösung besser als 1 mm sein sollte.

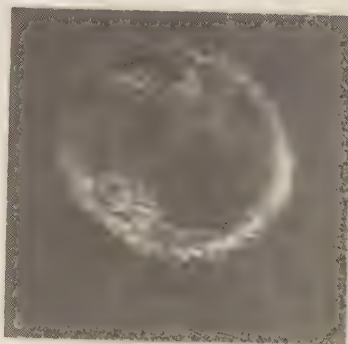
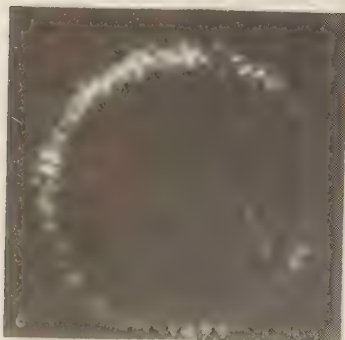
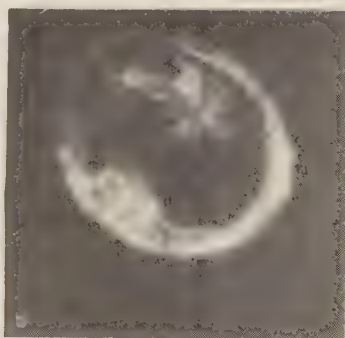
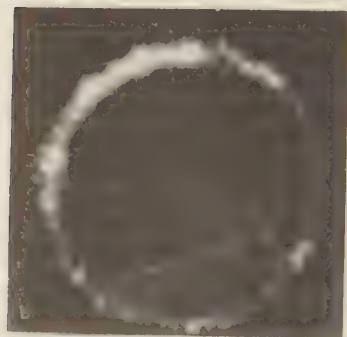


Abb. 5-6 gesunde Brust
(a) B-Bild, (b) Summations-
Bild, (c) USRCT-Bild

Abb. 5-7 Brust mit Adenom
(a) B-Bild, (b) Summations-
Bild, (c) USRCT-Bild



Abb. 5-8 Brust mit Carcinom
(a)-(d) B-Bilder, (e) Summa-
tions-Bild, (c) USRCT-Bild

Abb. 5-9 zeigt einen horizontalen Querschnitt durch das Hodenpaar eines gesunden Probanden im RCT-Bild. Gut unterscheidbar ist das eigentliche Hodengewebe mit seiner gleichmäßigen, echoarmen Struktur und der wesentlich echodichtere Hodensack. Im Gegensatz dazu handelt es sich bei Abb. 5-10 um den Längsschnitt durch einen einzelnen, frisch entfernten, tumorerösen menschlichen Hoden, d.h. um eine in-vitro Aufnahme. Der Tumor ("Seminom") erfüllt praktisch das gesamte Hodenvolumen, nur am linken Rand ist noch ein Bereich gesunden Hodengewebes vorhanden. Die Echostruktur im gesunden Gewebe unterscheidet sich deutlich von der im krankhaften. Etwa in der Bildmitte ist außerdem der Einstichkanal einer Probebiopsie als horizontal verlaufende Linie gut erkennbar.

Mehrere in-vitro-Experimente mit Hundehoden zeigten eine sehr gute Korrelation zwischen dem RCT-Bild und dem optischen Bild der selben Schnittebene. Die Versuche zur USRCT-Untersuchung der Hoden lassen insgesamt erwarten, daß die zu fordernde Auflösung von <1 mm in Anbetracht der Homogenität des Gewebes zu erreichen ist, zur Verifizierung des diagnostischen Nutzens dieses Verfahrens sind allerdings noch weitergehende Untersuchungen erforderlich.

Ein drittes mögliches Einsatzgebiet für die RCT ist schließlich die Erzeugung von Querschnittsbildern der Extremitäten. Es dürfte wahrscheinlich von untergeordneter Bedeutung sein. Da die Erstellung solcher Bilder aber ohne großen Aufwand mit den vorhandenen Apparaturen möglich war, wurden zu Vergleichszwecken einige derartige Tomogramme aufgenommen. Abb. 5-11 gibt den Querschnitt durch einen menschlichen Unterarm ca. 5 cm oberhalb des Handgelenks wieder, Abb. 5-12 zeigt einen Schnitt durch den Unterschenkel etwa in der Mitte zwischen Knöchel- und Kniegelenk. Beide Aufnahmen sind gekennzeichnet durch eine im Verhältnis zu konventionellen Bildern sehr klare Wiedergabe von Gefäßen, Bändern und Muskelgrenzflächen. (Die Abbildungen 5-11 und 5-12 wurden bei 2,5 MHz gemessen).

Eine gewisse Bedeutung könnte die USRCT an Extremitäten bei der exakten Vermessung des Schienbeinquerschnitts erlangen, wie sie beispielsweise zur Behandlung pathologischer Drehfehlstellungen des Fußes bei Kindern erforderlich ist (/90/), sowie bei der Beurteilung der Fetteinlagerung im Muskelgewebe, die bei bestimmten humangenetischen Fragestellungen eine Rolle spielt ("Morbus Duchenne", /89/).

Die Abbildungen 5-6 bis 5-12 sollten einen Eindruck vermitteln, welche Bildqualität die RCT im Vergleich zu konventionellen B-Bild-Verfahren unter realen Diagnosebedingungen erwarten läßt. Der Vergleich ist insofern etwas problematisch, als auch konventionelle Verfahren im Echtzeitbetrieb aufgrund der optischen Integrationsfähigkeit des Auges, durch die ein Teil der rauschartigen und Speckle-Störungen herausgemittelt wird, einen besseren Bildeindruck vermitteln, als dies in den photographischen B-Bildern deutlich wird. Trotzdem dürfte die Überlegenheit der RCT gegenüber anderen Ultraschall-Verfahren auch in der praktischen Anwendung als erwiesen anzusehen sein.

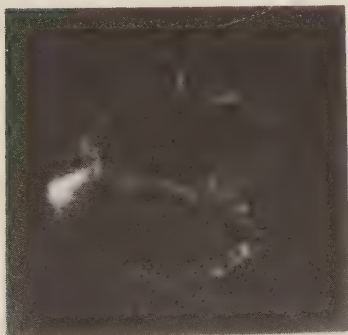


Abb. 5-9 gesunde Hoden, USRCT

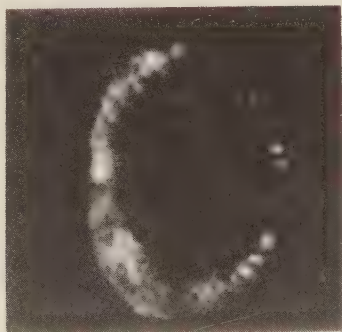


Abb. 5-10 Hodentumor, USRCT



Abb. 5-11 Unterarm, Summation

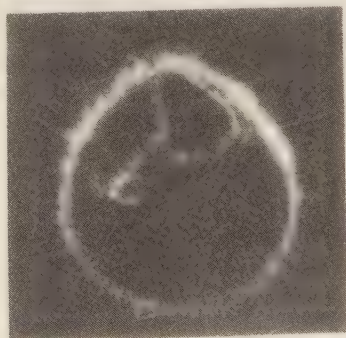


Abb. 5-12 Unterschenkel, Summation

6 Ausblick und Ansätze zur Weiterarbeit

Die Fülle der Probleme, die mit der Umsetzung des Konzepts der verallgemeinerten CT in ein Ultraschall-Abbildungsverfahren verbunden sind, führt dazu, daß einige interessante Fragen im Rahmen dieser Arbeit ausgeklammert werden mußten. Die folgenden Anmerkungen sollen einige dieser Fragen anreißen und können als Anregung für zukünftige Arbeiten dienen.

Bei der Herleitung des Konzepts der verallgemeinerten CT wurde grundsätzlich von einem Aspektwinkelbereich von 180° oder 360° ausgegangen, so daß eine rotationssymmetrische PBF erzielbar war. Wie bereits des öfteren erwähnt, engt diese Voraussetzung eine breitere Verwendung der USRCT in der medizinischen Diagnostik wesentlich ein, da viele Organe nur unter einem eingeschränkten Winkelbereich zugänglich sind. Unter Verwendung ähnlicher Kriterien, wie sie in der vorliegenden Arbeit benutzt wurden, sollte aber die Realisierung einer "suboptimalen" (d.h. nicht rotationssymmetrischen) PBF möglich sein. Dabei dürften vor allem Methoden der zweidimensionalen linearen Signalverarbeitung vermehrt eine Rolle spielen.

Ein weiterer interessanter Aspekt ist die Verwendung realer oder synthetischer hochauflösender Pulse. Dabei wird von der Tatsache Gebrauch gemacht, daß es vom systemtheoretischen Standpunkt aus gleichgültig ist, an welcher Stelle der Signalverarbeitungskette die Filterung mit der Korrekturfunktion erfolgt. Insbesondere ist es theoretisch möglich, bereits die elektrische Sendefunktion entsprechend zu filtern, so daß dann am Ausgang des Abbildungssystems unmittelbar (d.h. ohne weitere Signalverarbeitung) ein Bild mit der gewünschten PBF zur Verfügung steht. Noch vorteilhafter ist es, die derart benötigte Sendefunktion vorab zu berechnen und dann mit Hilfe eines freiprogrammierbaren Signalgenerators zu erzeugen. Ähnliche Techniken der Pulserzeugung wurden auch in anderem Zusammenhang vorgeschlagen (/77/) und in der zerstörungsfreien Werkstoffprüfung bereits erfolgreich erprobt (/91./92/).

Auch die Technik der synthetischen Pulse ist aus der Materialprüfung bereits bekannt (/93/). Dabei wird eine Sendefunktion mit gewünschtem spektralem Gehalt beispielsweise in Form mehrerer aufeinanderfolgender Bursts unterschiedlicher Frequenz und Amplitude realisiert. Die einzelnen Empfangssignale müssen anschließend in geeigneter Weise miteinander verknüpft

werden. Es ist dabei prinzipiell möglich, mehrere verschiedene Schallwandler zu verwenden, so daß die insgesamt erreichbare Bandbreite (und damit die axiale Auflösung) weit jenseits der physikalischen Bandbreite eines einzelnen Schallwandlers liegen kann.

Ein letzter Ansatzpunkt zur Verbesserung der hier dargestellten USRCT liegt in der Korrektur von Unschärfe und Verzeichnungen aufgrund variierender Schallgeschwindigkeit (/76/). Wie unmittelbar einsichtig ist, führt eine räumliche Variation der Schallgeschwindigkeit innerhalb der untersuchten Schnittebene dazu, daß die einzelnen Teilbilder nicht mehr exakt deckungsgleich aufsummiert werden. Nach verschiedenen Autoren (/5/,/6/) differiert die Schallgeschwindigkeit bei weichem Gewebe zwischen verschiedenen Gewebearten (wie auch zwischen verschiedenen Individuen) um bis zu 5%. Dies kann unter Umständen bereits zu einer gravierenden Verschlechterung der erzielbaren Auflösung führen.

Eine Korrektur dieses Effekts ist prinzipiell dadurch möglich, daß die Schallgeschwindigkeitsverteilung in der Schnittebene vorab bestimmt wird und die Teilbilder dann vor der Summation entsprechend der lokalen Variation des Brechungsindex "verzerrt" werden. Zur Messung der Schallgeschwindigkeitsverteilung bietet sich die Transmissions-Laufzeit-CT (z.B. /36/) an. Für die Berechnung der tatsächlichen Strahlausbreitungswege sind aus Optik und Akustik sog. "ray-tracing"-Algorithmen bekannt, die je nach Feinheit des zugrundegelegten Ausbreitungsmodells beliebig genaue Resultate liefern (/41/,/67/). Nachteilig ist jedoch der teilweise enorme Rechenaufwand. Man erhält eine erste Annäherung an die tatsächliche "Bildverzerrung", wenn man weiterhin geradlinige Schallausbreitung unterstellt und lediglich eine axiale Skalierung des Teilbildes vornimmt (/79/). Auf diesem Modell basierend wurde mit recht gutem Erfolg versucht, eine Abbildung durch Knochen hindurch zu erreichen (/80/).

7 Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wird, ausgehend von bekannten Vor- und Nachteilen üblicher bildgebender Ultraschall-Verfahren, ein Ultraschall-Abbildungskonzept entwickelt, das vorzugsweise für die medizinische Diagnostik geeignet ist und das wegen seiner Abbildungseigenschaften wie Konturdarstellung und Auflösung in der Lage sein dürfte, bei bestimmten Organen erheblich verbesserte diagnostische Möglichkeiten zu eröffnen.

Wesentliche Eigenschaften des vorgeschlagenen Verfahrens sind:

- Objektabtastung aus vielen Richtungen
- rechnergestützte Bildrekonstruktion unter Verwendung von Computertomographie-Algorithmen
- rotationssymmetrische Auflösung in der Größenordnung der axialen Auflösung der verwendeten Schallwandler
- verhältnismäßig geringer Mehraufwand gegenüber konventionellen Compound-Verfahren
- keine Echtzeitfähigkeit, aber echtzeitnaher Betrieb möglich

Im ersten Teil der Arbeit wird zunächst ein systemtheoretisches Modell für ein konventionelles Ultraschall-Abbildungssystem aufgestellt. Es zeigt sich, daß unter gewissen (in der Praxis hinreichend gut erfüllten) Voraussetzungen die Beschreibung durch ein lineares zweidimensionales System mit der ortsabhängigen Verteilung bestimmter Materialparameter als Eingangssignal und dem erzeugten Bild als Ausgangssignal erfolgen kann. Dieses System ist näherungsweise verschiebungsinvariant und bandbegrenzt, wobei die Ortsgrenzfrequenz ω_{ax} in Schallausbreitungsrichtung wesentlich größer als $\omega_{\perp at}$ in der dazu orthogonalen Richtung ist.

Anschließend wird in einer weitgehend von der Ultraschall-Anwendung unabhängigen Betrachtungsweise untersucht, wie unter Verwendung eines Abbildungssystems mit diesen Eigenschaften ("Teilbild-Abbildungssystem") ein neues zweidimensionales System aufgebaut werden kann, das durch rotationssymmetrische Abbildungseigenschaften und durch eine in jeder Richtung der Ebene gleichhohe Ortsgrenzfrequenz $\omega_g = \omega_{ax}$ gekennzeichnet ist.

Es zeigt sich, daß die Erzeugung von sog. "Streifenbildern", wie sie bei der konventionellen Computertomographie (CT) eine wesentliche Rolle spie-

len, den idealisierten Grenzfall eines solchen Teilbild-Abbildungssystems mit $\omega_{ax} \rightarrow \infty$ und $\omega_{lat} \rightarrow 0$ darstellt. Ausgehend von dieser Analogie wird ein Rekonstruktionskonzept hergeleitet, das die Rekonstruktion konventioneller CT-Bilder aus Projektionen als Spezialfall der Rekonstruktion von Bildern aus Teilbildern (mit den oben genannten Eigenschaften) enthält und für das der Name "verallgemeinertes CT-Konzept" vorgeschlagen wird.

Ähnlich wie bei der konventionellen CT lassen sich auch beim verallgemeinerten CT-Konzept verschiedene Rekonstruktionsstrategien angeben. Zwei davon werden in dieser Arbeit näher untersucht. Die erste entspricht der "gefilterten Rückprojektion", die zweite der "Rückprojektion gefilterter Projektionen" (Convolution) der konventionellen CT. Es wird gezeigt, daß bei letzterer auch im Fall der verallgemeinerten CT eine eindimensionale Filterung ausreichend ist, was erhebliche Vorteile bei der Realisierung mit sich bringt.

Der experimentelle Teil dieser Arbeit befaßt sich mit dem Aufbau und der Erprobung eines Ultraschall-Abbildungssystems, das auf den zuvor angestellten Überlegungen basiert. Auf die Abweichung realer Ultraschall-Bilder von den idealisierten Voraussetzungen wird ausführlich eingegangen. Weiterhin wird eine einfache und technisch elegante Lösung zur Durchführung der eindimensionalen Filterung vorgeschlagen.

Zahlreiche Messungen an künstlichen Objekten und biologischen Proben belegen, daß die nach diesem Konzept rekonstruierten Bilder konventionellen Ultraschall-Aufnahmen hinsichtlich der Bildqualität bei weitem überlegen sind. Obwohl die Meß- und Rekonstruktionszeiten mit derzeit ca. 3 min pro Aufnahme noch um 2 Größenordnungen länger sind, als dies mit einem optimierten Versuchsaufbau erreichbar wäre, lassen sich bereits in-vivo-Messungen an Patienten durchführen. Auch diese Versuche zeigen sehr ermutigende Ergebnisse.

A.1 Das Mason-Ersatzschaltbild eines Piezoschallwandlers

Ein piezoelektrischer Dickenschwinger kann – entsprechend den 3 Möglichkeiten mit seiner Umwelt Energie auszutauschen – prinzipiell als Dreitor aufgefaßt werden, beschrieben durch Strom i und Spannung u an den elektrischen Klemmen, sowie durch die Geschwindigkeit (Schnelle) v_1 bzw. v_2 jeder der beiden schallabstrahlenden Oberflächen und die auf jede dieser Flächen wirkende Kraft f_1 bzw. f_2 . Im weiteren soll nur der eingeschungene Zustand bei der Frequenz ω betrachtet werden, so daß anstelle der zeitabhängigen Größen die entsprechenden Zeigergrößen U , I , V_1 , V_2 , F_1 und F_2 auftreten.

Die mechanischen Größen Kraft und Schnelle können durch Normierung mit dem elektromechanischen Umwandlungsfaktor N (einem Materialparameter des verwendeten Piezomaterials) in elektrische Ersatzgrößen $I_V = N \cdot V_V$ bzw. $U_V = F_V / N$ umgewandelt werden. Ebenso gehen mechanische Impedanzen W durch Normierung mit N^2 in elektrische Impedanzen $Z = W / N^2$ über, so daß letztlich ein rein elektrisches Ersatzschaltbild für den Piezoschwinger resultiert. Eine mögliche Darstellung eines Schallwandlers durch elektrische Netzwerkelemente ist in Abb. A1-1 wiedergegeben, das sogenannte Mason-Ersatzschaltbild (nach /48/).

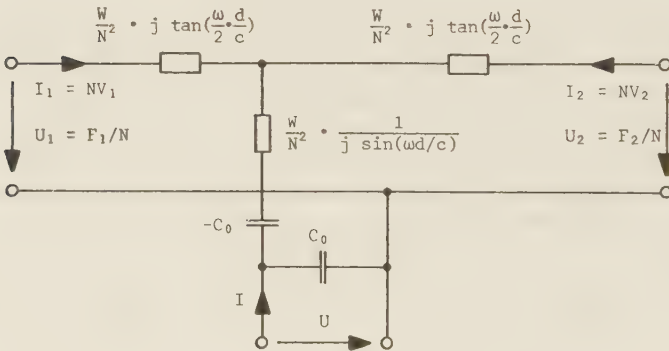


Abb. A1-1 Elektrisches Ersatzschaltbild eines Piezoschwingers

Es ist zu beachten, daß die als Widerstände dargestellten Impedanzen in Abb. A1-1 nicht durch konzentrierte elektrische Bauteile realisierbar sind, sondern reine Rechengrößen repräsentieren. Dagegen ist die "geklemmte Kapazität" C_0 am elektrischen Tor für $\omega \rightarrow 0$ unmittelbar meßbar. Das Netzwerk ist offensichtlich verlustfrei und reziprok.

Für die Impedanzmatrix Z des Sechspols von Abb. A1-1 läßt sich schreiben:

$$\begin{pmatrix} U \\ F_1/N \\ F_2/N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_{11} & z_{12} & z_{13} \\ z_{21} & z_{22} & z_{23} \\ z_{31} & z_{32} & z_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I \\ N \cdot v_1 \\ N \cdot v_2 \end{pmatrix} \quad (A1.1)$$

mit

$$z_{11} = z_{12} = z_{13} = z_{21} = z_{31} = \frac{1}{j \omega C_0} \quad (A1.2 \text{ a})$$

$$z_{22} = z_{33} = \frac{W}{N^2} \cdot \frac{1}{j \tan(\omega \cdot \frac{d}{c})} \quad (A1.2 \text{ b})$$

$$z_{23} = z_{32} = \frac{W}{N^2} \cdot \frac{1}{j \sin(\omega \cdot \frac{d}{c})} \quad (A1.2 \text{ c})$$

Dabei bedeutet d die Dicke des Schwingerplättchens, c die Schallgeschwindigkeit im Piezomaterial, mit W wird die mechanische Impedanz des Schwingers bezeichnet. Es gilt der Zusammenhang:

$$W = Z \cdot A \quad (A1.3)$$

Z : akustischer Wellenwiderstand des Piezomaterials

A : Wandleroberfläche

Im praktischen Betrieb ist bei einem Schallwandler nur das elektrische und eines der mechanischen Tore zugänglich. Das andere mechanische Tor (beispielsweise Tor 1) ist mit einer i.a. komplexen mechanischen Impedanz $W_1 = Z_1 \cdot A$ abgeschlossen, wobei Z_1 der akustische Wellenwiderstand im an Tor 1 angrenzenden Medium ist. Damit sind Kraft und Schnelle am Tor 1 gemäß

$$F_1 = V_1 \cdot W_1 \quad (A1.4)$$

miteinander verknüpft und der piezoelektrische Dickenschwinger läßt sich nun als elektromechanischer Vierpol auffassen. Durch entsprechende Umformung von Gln.(A1.1) folgt schließlich

$$\begin{pmatrix} U \\ F_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I \\ V_2 \end{pmatrix} \quad (A1.5)$$

mit

$$M_{11} = \frac{1}{j \omega C_0} + \left(\frac{N}{\omega C_0} \right)^2 \cdot \frac{1}{W_1 - jW \cdot \cot(\omega \cdot \frac{d}{C})} \quad (A1.6 a)$$

$$M_{12} = M_{21} = \frac{1}{j \omega C_0} + \frac{W}{\omega C_0} \cdot \frac{1}{\sin(\omega \cdot \frac{d}{C}) \cdot [W_1 - jW \cdot \cot(\omega \cdot \frac{d}{C})]} \quad (A1.6 b)$$

$$M_{22} = \frac{W}{N^2} \cdot \frac{1}{j \tan(\omega \cdot \frac{d}{C})} + \frac{W^2}{N^2} \cdot \frac{1}{\sin^2(\omega \cdot \frac{d}{C}) \cdot [W_1 - jW \cdot \cot(\omega \cdot \frac{d}{C})]} \quad (A1.6 c)$$

Die Koeffizienten $M_{\mu\nu}$ werden in Abschnitt 2.2 verwendet, um das Übertragungsverhalten eines Schallwandlers in einer typischen Ultraschall-Anordnung im Sende- und Empfangsfall zu berechnen.

A.2 Berechnung der Korrekturfunktion für das Modellsystem

Wir betrachten das Modell-Abbildungssystem aus Abschnitt 2.8 mit der separablen Teilbild-PÜF (Gln.(2.85))

$$\begin{aligned} H_{Bm}(\omega_t, \omega_u) &= b \cdot \exp\left[-\pi \cdot \left(\frac{a \omega_t}{2\pi}\right)^2\right] \cdot \exp\left[-\pi \cdot \left(\frac{b \omega_u}{2\pi}\right)^2\right] \\ &= b \cdot H_{Bm,t}(\omega_t) \cdot H_{Bm,u}(\omega_u) \end{aligned} \quad (A2.1)$$

Zur Berechnung der normierten Korrekturfunktion wird zunächst $H_{Bm,t} = 1$ gesetzt. Da das Teilbild-Abbildungssystem nicht bandbegrenzt ist, kann ferner die gewünschte Gesamt-PÜF $H_g(\omega_r) = \text{const}$ angesetzt werden. Wir wählen speziell

$$H_g(\omega_r) = 2\pi \quad (A2.2)$$

Ändert man in (3.80) die Integrationsvariable in $\omega_t = \omega_r \cos \phi$, so resultiert daraus

$$H_g(\omega_r) = \int_{-\omega_r}^{\omega_r} F_{km}'(\omega_t) \cdot [H_{Bu}(\sqrt{\omega_r^2 - \omega_t^2}) + H_{Bu}(-\sqrt{\omega_r^2 - \omega_t^2})] \cdot (\omega_r^2 - \omega_t^2)^{-1/2} d\omega_t \quad (A2.3)$$

In diese Gleichung wird nun (A2.1) (mit $H_{Bm,t} = 1$) und (A2.2) eingesetzt

$$H_g(\omega_r) = \int_{-\omega_r}^{\omega_r} F_{km}'(\omega_t) \cdot b \cdot 2 H_{Bu}(\sqrt{\omega_r^2 - \omega_t^2}) \cdot (\omega_r^2 - \omega_t^2)^{-1/2} d\omega_t = 2\pi \quad (A2.4)$$

Ferner wird Symmetrie von F_{km}' gefordert, so daß sich die Integration nur über einen Quadranten zu erstrecken braucht

$$\int_0^{\omega_r} F_{km}'(\omega_t) \cdot \exp\left[-\pi \frac{b^2 (\omega_r^2 - \omega_t^2)}{4\pi^2}\right] \cdot (\omega_r^2 - \omega_t^2)^{-1/2} d\omega_t = \frac{\pi}{2b} \quad (A2.5)$$

Der von ω_t unabhängige Teil des Exponentialterms wird abgespalten und auf die rechte Seite der Gleichung gebracht, während der verbleibende Teil mit F_{km}' zu einer neuen Funktion

$$F_{km}^*(\omega_t) = F_{km}'(\omega_t) \cdot \exp\left(-\frac{b^2 \omega_t^2}{4\pi}\right) \quad (A2.6)$$

zusammengezogen wird. Man erhält so

$$\int_0^r F_{km}^*(\omega_t) \cdot (\omega_r^2 - \omega_t^2)^{-1/2} d\omega_t = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{b \cdot \omega_r^2}{b} \cdot \exp\left(-\frac{b \cdot \omega_r^2}{4\pi}\right) \quad (A2.7)$$

Diese Integralgleichung vom verallgemeinerten Abel'schen Typ für F_{km}^* kann nun gelöst werden. Kürzt man die rechte Seite von (A2.7) (d.h. die Störfunktion) mit $u(\omega_r)$ ab

$$u(\omega_r) = \frac{H(\omega_r)}{4b} \cdot \exp\left(-\frac{b \cdot \omega_r^2}{4\pi}\right) = \frac{\pi}{2} \cdot \exp\left(-\frac{b \cdot \omega_r^2}{4\pi}\right) \quad (A2.8)$$

so lautet die Lösung (/12/)

$$F_{km}^*(\omega_t) = \frac{2}{\pi} \left[u(0) + \omega_t \cdot \int_0^{\omega_t} \frac{\partial u(\omega_r)}{\partial \omega_r} \cdot (\omega_t^2 - \omega_r^2)^{-1/2} d\omega_r \right] \quad (A2.9 a)$$

$$= \frac{2}{\pi} [u(0) + \omega_t \cdot I] \quad (A2.9 b)$$

Der Integrand von I läßt sich durch Substitution des Nenners $x = [\omega_t^2 - \omega_r^2]^{-1/2}$ umformen und man erhält nach kurzer Rechnung

$$\begin{aligned} I &= \frac{b}{4} \int_0^{\omega_t} \omega_r \cdot \exp\left(-\frac{b \cdot \omega_r^2}{4\pi}\right) \cdot (\omega_t^2 - \omega_r^2)^{-1/2} d\omega_r \\ &= \frac{b}{4} \cdot \exp\left(-\frac{b \cdot \omega_t^2}{4\pi}\right) \cdot \int_0^{\omega_t} \exp\left(-\frac{b \cdot x^2}{4\pi}\right) dx \\ &= \frac{b}{4} \cdot \exp\left(-\frac{b \cdot \omega_t^2}{4\pi}\right) \cdot \int_0^{b/(2\sqrt{\pi}) \cdot \omega_t} e^{-x^2} \cdot \frac{2\sqrt{\pi}}{b} dx \end{aligned} \quad (A2.10)$$

Das Integral in (A2.10) ist bis auf einen multiplikativen Faktor identisch mit dem sogenannten "Fehlerintegral" ("KRAMP'sche Funktion")

$$\text{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \int_0^z e^{-x^2} dx \quad (A2.11)$$

Die Werte dieser Funktion sind beispielsweise in /13/ tabelliert. Unter Verwendung von (A2.11) läßt sich demnach (A2.10) schreiben als

$$I = \frac{\pi}{4} \cdot \exp\left(-\frac{b \cdot \omega_t^2}{4\pi}\right) \cdot \text{erf}\left(\frac{b}{2\sqrt{\pi}} \omega_t\right) \quad (A2.12)$$

und durch Einsetzen in (A2.9) erhält man

$$F_{km}^*(\omega_t) = \frac{1}{b} + \frac{1}{2} \omega_t \cdot \exp\left(-\frac{b \cdot \omega_t^2}{4\pi}\right) \cdot \text{erf}\left(\frac{b}{2\sqrt{\pi}} \omega_t\right) \quad (A2.13)$$

Daraus folgt schließlich mit (A2.6) für die normierte Korrekturfunktion

$$F_{km}'(\omega_t) = \frac{1}{b} \cdot \exp\left(-\frac{b^2 \omega_t^2}{4\pi}\right) + \frac{1}{2} \omega_t \cdot \operatorname{erf}\left(\frac{b}{2\sqrt{\pi}} \omega_t\right) \quad (\text{A2.14})$$

Die Korrekturfunktion ist für (A2.1) offensichtlich dann analytisch berechenbar, wenn das Integral in Gln.(A2.9) in geschlossener Form dargestellt werden kann. Der Integrand enthält im wesentlichen die angestrebte Gesamt-PÜF H_g , multipliziert mit einem Exponentialterm. Man kann leicht zeigen, daß im vorliegenden Beispiel immer dann eine geschlossene Lösung folgt, wenn H_g durch ein gerades Polynom ausgedrückt werden kann

$$H_g(\omega_t) = \sum_{n=0}^{\infty} a_{2n} \cdot \omega_t^{2n} \quad (\text{A2.15})$$

Dann ist nämlich $\partial u / \partial \omega_r$ ein ungerades Polynom und das n-te Teilintegral von I kann mit Hilfe der Beziehung (/14/)

$$\int x^n e^{-x^2} dx = -\frac{1}{2} x^{n-1} e^{-x^2} + \frac{n-1}{2} \int x^{n-2} e^{-x^2} dx \quad (\text{A2.16})$$

rekursiv berechnet werden. Reihenentwicklungen gemäß (A2.15) sind für zahlreiche weitere Funktionen explizit bekannt, u.a. für die Besselfunktionen und für die sinc-Funktion.

A.3 Programm zur numerischen Berechnung der Korrekturfunktion

```

0: "korfu":
1:
2: %" Programm 'korfu'                                     Autor: Hiller, IHFT "
3: %" letzte Änderung:                                     15/08/83      "
4: %" Sprache: HPL
5:
6: %" Dieses Programm berechnet numerisch die normierte Korrekturfunk- "
7: %" tion im Ortsfrequenzbereich bei separabler Teilbild-PÜF, wenn    "
8: %" die radiale Komponente der gewünschten Gesamt-PÜF, sowie die la- "
9: %" terale Komponente der Teilbild-PÜF vorgegeben wird. Die Berech- "
10: %" nung erfolgt im UP 'Korfu', dem als globale Variablen die Felder "
11: %" H[...], S[...] und K[...] (s.u.) übergeben werden. Im Argument des "
12: %" Aufrufs wird die Anzahl der zu berechnenden Stützpunkte der Kor- "
13: %" rekturfunktion angegeben. Das Ergebnis steht in K[...].          "
14:
15: dim H 0:140 ; %" gewünschte Gesamt-PÜF                        "
16: dim S 0:140 ; %" laterale Komp. der Teilbild-PÜF "
17: dim K 0:140 ; %" errechnete norm. Korrekturfkt. "
18: rad
19:
20: "provide functions":
21: %" An dieser Stelle müssen die gewünschte Gesamt-PÜF und die lat. "
22: %" Komp. der Teilbild-PÜF zur Verfügung gestellt werden, z.B. so: "
23: for I=0 to 100; 2pi→H[I] ; nextI; %" Gesamt-PÜF: rect "
24: for I=0 to 127; exp(-pi*(I/20)↑2)→S[I] ; nextI; %" Modellsystem! "
25:
26: "call subroutine 'Korfu'":
27: call 'Korfu'(128);      %" Es werden 128 Werte von K[...] berechnet "
28: apnt K;                  %" Ausdrucken der errechneten Werte "
29: end
30:
31: %-----
32: "Korfu": % (#val)
33: % global:H[*],S[*],K[*]
34: H[0]/S[0]→K[0]
35: for I=1 to pl-1; dsp I
36: acs((I-.5)/(I+.5))→E; 0→N→A→Y
37: asn((Y+.4999999)/(I+.5))→B
38: if B<E; N+(B-A)*S[Y]→N; Y+1→Y; B→A; jmp -1
39: if B>E; N+(E-A)*S[Y]→N;                jmp 1
40: pi/2*H[I]→Z; pi/2→A; 0→X; I→Y
41: asn((Y-.5)/(I+.5))→D; acs((X+.4999999)/(I+.5))→C
42: if C≤D; Z-(A-D)*S[Y]K[X]→Z; Y-1→Y; D→A; asn((Y-.5)/(I+.5))→D; jmp 2
43: if C>D; Z-(A-C)*S[Y]K[X]→Z; X+1→X; C→A; acs((X+.4999999)/(I+.5))→C
44: if A>E; jmp -2
45: Z/N→K[I] next I
46: ret
47: %-----

```

Literaturverzeichnis:

Lehrbücher und Nachschlagewerke

- /1/ MORSE P.M., INGARD K.U.
Theoretical Acoustics
McGraw-Hill, New York, 1968
- /2/ SKUDRZYK E.
The Foundations of Acoustics
Springer, New York, 1971
- /3/ MASON W.
Electromechanical transducers and wave filters
van Nostrand, New York, 1946
- /4/ MASON W.
Piezoelectric crystals and application to ultrasound
van Nostrand, New York, 1950
- /5/ KRESTEL E. (Hrsg.)
Bildgebende Systeme für die medizinische Diagnostik
Siemens AG, Berlin/München, 1980
- /6/ WELLS P.N.T.
Physical principles of ultrasound diagnosis
Academic Press, London, 1969
- /7/ WELLS P.N.T.
Biomedical ultrasonics
Academic Press, London, 1977
- /8/ EDMONDS P.D. (Hrsg.)
Methods of experimental physics; Vol.19: -Ultrasound-
Academic Press, London, 1981
- /9/ RAVIV J., GREENLEAF J.F., HERMAN G.T. (Hrsg.)
Computer aided tomography and ultrasonics in medicine
North-Holland, Amsterdam, 1979
- /10/ GOODMAN J.W.
Introduction to Fourier optics
McGraw-Hill, New York, 1968
- /11/ PAPOULIS A.
Systems and transforms with applications in optics
McGraw-Hill, New York, 1968
- /12/ FRANK P., v.MISES R.
Die Differential- und Integralgleichungen der Mechanik
und Physik; 1.Teil
Vieweg, Braunschweig, 1961

- /13/ ABRAMOWITZ M., STEGUN I.A.
Handbook of mathematical functions
Dover Publ., New York, 1965
- /14/ GRÖBNER W., HOFREITER N. (Hrsg.)
Integraltafel
Springer, Berlin, 1974
- /15/ HERMAN G.T.
Image reconstructions from projections
Springer, Berlin, 1979
- /16/ OPPENHEIM A.V., SCHAFER R.W.
Digital signal processing
Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1975
- /17/ OPPENHEIM A.V. (Hrsg.)
Applications of digital signal processing
Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1978
- /18/ ANDREWS H.C., HUNT B.R.
Digital image restoration
Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1977
- /19/ SCHÜSSLER H.W.
Digitale Systeme zur Signalverarbeitung
Springer, Berlin, 1973
- /20/ ACHILLES D.
Die Fourier-Transformation in der Signalverarbeitung
Springer, Berlin, 1978

Zeitschriftenartikel und Monographien

- /21/ WILD J.J.
Report on the use of ultrasound pulses for the measurement of biological tissues and the detection of tissue density changes
Dept. of Surgery, Univ. of Minneapolis, 1949
- /22/ WILD J.J.
The use of ultrasound pulses for the measurement of biological tissues and the detection of tissue density changes
Surgery, Vol.27 (1950), p.183-188
- /23/ FIRESTONE F.A.
Supersonic reflectoscope: An instrument for inspection of solid parts by means of sound waves
J.Ac.Soc.Am., Vol.17 (1946), p.287-299
- /24/ FRENCH L., WILD J.J., NEAL D.
Detection of cerebral tumors by ultrasonic pulses
Cancer, Vol.3 (1950), p.705-708

- /26/ HOWRY D.H., BLISS W.R.
Ultrasonic visualization of soft tissue structures of the body
J.Lab.clin.Med., Vol.40 (1952), p.579-592
- /27/ WILD J.J., REID J.
The application of echo ranging techniques to the detection of
structures of biological tissues
Science, Vol.115 (1952), p.226-230
- /28/ DONALD I.
Diagnostic ultrasound in medicine
Ultrasonics Intl. 81 Conf. Proc., p.222-226
IPC Press, Guildford, 1981
- /29/ GREEN P.S., et al
A new high-performance ultrasonic camera
in: Acoustical Holography, Vol.5 (Hrsg.: GREEN), p.493
Plenum, New York, 1974
- /30/ RÖDER U., SCHERG C., BRETTEL H.
Coherence and noise in ultrasonic transmission imaging
in: Acoustical Imaging, Vol.10 (Hrsg.: ALAIS, METHERELL), p.131
Plenum, New York, 1982
- /31/ AHMED M., WANG K.Y., METHERELL A.F.
Holography and its application to acoustic imaging
IEEE Proceedings, Vol.67, No.4 (1979), p.466-483
- /32/ BRENDON B.B.
Real-time acoustical imaging by means of liquid surface holography
in: Acoustical Holography, Vol.4 (Hrsg.: WADE), p.1
Plenum, New York, 1972
- /33/ ERMERT H., KARG R.
Multifrequency acoustical holography
IEEE Trans. Sonics and Ultrasonics, Vol.SU-26 (1979), p.279-286
- /34/ WADE G., MUELLER R.K., KAVEH M.
A survey of techniques for ultrasonic tomography
in: Computer aided tomography and ultrasonics in medicine, p.165
(Hrsg.: RAVIV, GREENLEAF, HERMAN), North-Holland, Amsterdam, 1979
- /35/ GREENLEAF J.F., et al
Introduction to computed ultrasound tomography
in: Computer aided tomography and ultrasonics in medicine, p.125
(Hrsg.: RAVIV, GREENLEAF, HERMAN), North-Holland, Amsterdam, 1979
- /36/ WADE G.
Ultrasonic imaging by reconstructive tomography
in: Acoustical Imaging, Vol.9 (Hrsg.: WANG), p.379-431
Plenum, New York, 1981

- /37/ MUELLER R.K., KAVEH M., WADE G.
Reconstructive tomography and applications to ultrasonics
IEEE Proceedings, Vol.67, No.4 (1979), p.567-587
- /38/ GREENLEAF J.F.
Computerized tomography with ultrasound
IEEE Proceedings, Vol.71, No.3 (1983), p.330-337
- /39/ BRANDENBURGER G.H., KLEPPER J.R., MILLER J.B., SYNDER D.L.
Effects of anisotropy in the ultrasonic attenuation of tissue on
computed tomography
Ultrasonic Imaging, Vol.3 (1981), p.113-143
- /40/ McKINNON G.C., BATES R.H.T
A limitation on ultrasonic transmission tomography
Ultrasonic Imaging, Vol.2 (1980), p.48-54
- /41/ SCHOMBERG H.
Nonlinear image reconstruction from ultrasonic time-of-flight pro-
jections; in: Acoustical Imaging, Vol.10 (Hrsg.: ALAIS, METHERELL),
p.381-396, Plenum, New York, 1982
- /42/ TAM K.C., PEREZ-MENDEZ V.
Tomographic Imaging with limited-angle input
J.Opt.Soc.Am., Vol.71, No.5 (1981), p.582-592
- /43/ PENTTINEN A., LUUKKALA M.
The impulse response and pressure nearfield of a curved ultrasonic
radiator
J. of Physics, 1979, p.1547-1557
- /44/ FREEDMAN A.
Sound field of plane or gently curved pulsed radiators
J.Ac.Soc.Am., Vol.48, No.1 (1970), p.221-227
- /45/ LOCKWOOD J.C., WILLETTE J.G.
High-speed method for computing the exact solution for the pressure
variations in the nearfield of a baffled piston
J.Ac.Soc.Am., Vol.53, No.3 (1973), p.753-741
Errata: J.Ac.Soc.Am., Vol.54, No.6 (1974), p.1762
- /46/ STEPANISHEN P.R.
Transient radiation from pistons in an infinite planar baffle
J.Ac.Soc.Am., Vol.49, No.5 (1971), p.1629-1638
- /47/ KAZYS R., LUKOSEVICIUS A.
Optimization of the piezoelectric transducer by means of electrical
correcting circuits
Ultrasonics, May 1977, p.111-116
- /48/ SCHWARZ R.
Die Impulsantwort piezoelektrischer Dickenschwinger
AEU, Band 34, No.10 (1980), p.413-420

- /49/ BAMBER J.C., DICKINSON R.J.
Ultrasonic B-scanning: A computer simulation
Phys. Med. Biol., Vol.25 (1980), p.463-479
- /50/ UEDA M., MURATA H.
A simulation model for ultrasonic pulse-echo systems
Ultrasonics, Sept. 1981, p.230-234
- /51/ WELLS P.N.T., HALLIWELL M.
Speckle in ultrasonic imaging
Ultrasonics, Sept. 1981, p.225-229
- /52/ FATEMI M., KAK A.C.
Ultrasonic B-scan imaging: Theory of image formation and a
technique for restoration
Ultrasonic Imaging, Vol.2 (1980), p.1-47
- /53/ PISA E.J., BARNES C.W.
A statistical estimation approach to medical image reconstruction
from ultrasonic array data
in: Acoustical Imaging, Vol.10 (Hrsg.: ALAIS, METHERELL), p.83-114
Plenum, New York, 1982
- /54/ AHUJA A.S.
Ultrasonic attenuation in soft tissues: Reasons for large magnitude
and linear frequency dependence
Ultrasonic Imaging, Vol.2 (1980), p.391-396
- /55/ BRADY J.K., et al
Ultrasonic propagation properties of mammalian testes
J.Ac.Soc.Am., Vol.60, No.6 (1976), p.1407-1409
- /56/ AHUJA A.S.
Tissue as a Voigt body for propagation of ultrasound
Ultrasonic Imaging, Vol.1 (1979), p.136-143
- /57/ CERISIER P., BLIN B.
Bulk viscosity and relaxation frequencies in molten alkali nitrates
Ultrasonics, May 1982, p.130-134
- /58/ KÖHL W., SCHWARZ R.
A simple method of realizing the deconvolution of ultrasonic images
Ultrasonics, Nov.1981, p.273-278
- /59/ VOLLMANN W.
Resolution enhancement of ultrasonic B-scan images by deconvolution
IEEE Trans. Sonics and Ultrasonics, Vol.SU-29, No.2 (1982), p.78-83
- /60/ HUNDT E.E., TRAUTENBERG E.A.
Digital processing of ultrasonic data by deconvolution
IEEE Trans. Sonics and Ultrasonics, Vol.SU-27, No.5 (1980), p.249

- /61/ PAPOULIS A., CHAMZAS C.
Improvement of range resolution by spectral extrapolation
Ultrasonic Imaging, Vol.1 (1979), p.121-135
- /62/ BEHAR D., et al
Use of a programmable filter for inverse filtering
Electronics Letters, Vol.16, No.3 (1980), p.88-89
- /63/ RADON J.
Über die Bestimmung von Funktionen durch ihre Integralwerte längs
gewisser Mannigfaltigkeiten; Berichte der Sächsischen Akademie der
Wissenschaften, Bd.69 (1917), p.262-277
- /64/ BUDINGER T.F., GULLBERG G.T.
Three-dimensional reconstruction in nuclear medicine emission
imaging
IEEE Trans. Nuclear Science, Vol.NS-21 (1974), p.2-20
- /65/ LEWITT R.M.
Reconstruction Algorithms: Transform methods
IEEE Proceedings, Vol.71, No.3 (1983), p.390-408
- /66/ GORDON R., HERMAN G.T.
Three-dimensional reconstruction from projections: A review of
algorithms; Int. Review of Cytology, Vol.38 (1974), p.111-151
- /67/ SMITH A.M., GOLDBERG M., LIU E.S.K
Numerical ray tracing in media involving continuous and discrete
refractive boundaries
Ultrasonic Imaging, Vol.2 (1980), p.291-301
- /68/ DINES K.A., LYTLE R.J.
Computerized geophysical tomography
IEEE Proceedings, Vol.67, No.7 (1969), p.1065-1073
- /69/ BRACEWELL R.N., RIDDLE A.C.
Inversion of fan-beam scans in radio astronomy
The Astrophysical Journal, Vol.150 (1967), p.427-434
- /70/ HINSHAW W.S., LENT A.H.
An introduction to NMR imaging: From the Bloch equation to the
imaging equation
IEEE Proceedings, Vol.71, No.3 (1983), p.338-350
- /71/ AXEL L., ARGER P.H., ZIMMERMAN R.A.
Applications of computerized tomography to diagnostic radiology
IEEE Proceedings, Vol.71, No.3 (1983), p.293-297
- /72/ MADERLECHNER G., et al
Experimental results of computerized ultrasound echo tomography
in: Acoustical Imaging, Vol.10 (Hrsg.: METHERELL), p.415-426
Plenum, New York, 1982

- /73/ JOHNSON S.A., GREENLEAF J.F., RAJAGOPALAN B., TANAKA M.
Algebraic and analytic inversion of acoustic data from partially
or fully enclosing apertures
in: Acoustical Imaging, Vol.8 (Hrsg.: METHERELL), p.577-598
Plenum, New York, 1978
- /74/ WADE G., et al
Acoustic echo computer tomography
in: Acoustical Imaging, Vol.8 (Hrsg.: METHERELL), p.565-576
Plenum, New York, 1978
- /75/ HILLER D., ERMERT H.
Ultrasound computerized tomography using transmission and reflec-
tion mode: Application to medical diagnosis
in: Acoustical Imaging, Vol.12 (Hrsg.: ASH, HILL), p.553,563
Plenum, New York, 1982
- /76/ GREENLEAF J.F., JOHNSON S.A., SAMAYOA W.F., HANSEN C.R.
Refractive index by reconstruction: Use to improve compound B-scan
resolution
in: Acoustical Holography, Vol.7 (Hrsg.: KESSLER), p.263-273
Plenum, New York, 1977
- /77/ NORTON S.J., LINZER M.
Ultrasonic reflectivity tomography: Reconstruction with circular
transducer arrays
Ultrasonic Imaging, Vol.1 (1979), p.154-184
- /78/ ERMERT H., HILLER D.
Medical imaging by various modes of ultrasound computerized
tomography
Proceedings of the ISMII 82 IEEE Computer Society, 1982
- /79/ RAST R.H.
Theoretische und experimentelle Untersuchungen zur Anwendung ver-
schiedener Ultraschall-CT-Verfahren in der Urologie
Diplomarbeit 1981, Inst. f. HF-Technik, Univ. Erlangen-Nürnberg
- /80/ KÖRBER R.
Untersuchungen zur Ultraschall-Abbildung von Knochenstrukturen
Studienarbeit 1982, Inst. f. HF-Technik, Univ. Erlangen-Nürnberg
- /81/ HÜTTIG M.
Theoretische Untersuchungen zum axialen Auflösungsvermögen von
Impulsechoverfahren mit Ultraschall in der medizinischen Diagnostik
Dissertation 1981, Georg-August-Universität, Göttingen
- /82/ KOLB H.J., SCHLOSS J.
Ein Mikrosignalprozessor in Bit-Slice-Technik mit externem Multi-
plizierer; Reihe: Ausgewählte Arbeiten über Nachrichtensysteme,
Bd.38 (Hrsg.: SCHÜSSLER), Erlangen, 1979

- /83/ MARKS II R.J.
Gerchberg's extrapolation algorithm in two dimensions
Applied Optics, Vol.20, No.5 (1981), p.1815-1820
- /84/ INOUE T.
Image reconstruction with limited angle projection data
IEEE Trans. Nuclear Science, Vol.NS-26, No.2 (1979), p.2666-2669
- /85/ HUANG T.S.
Two-dimensional windows
IEEE Trans. Audio and Electroacoustics, Vol.AU-20 (1972), p.88-89
- /86/ MERSEREAU R.M.
The processing of hexagonally sampled two-dimensional signals
IEEE Proceedings, Vol.67, No.6 (1979), p.930-949
- /87/ STARK H.
Sampling theorems in polar coordinates
J.Opt.Soc.Am., Vol.69, No.11 (1979), p.1519-1525
- /88/ JELLINS J., KOSSOFF G.
Velocity compensation in watercoupled breast echography
Ultrasonics, Sept.1973, p.223-226
- /89/ ROTT H.D.
(persönliche Mitteilungen)
Inst. f. Humangenetik und Anthropologie, Univ. Erlangen-Nürnberg
- /90/ LÜHRMANN A.
Meßmethoden zur Bestimmung der Unterschenkel-Torsion
Jahrestagung der dt. Ges. für Orthopädie (DGOT), 1979
- /91/ ERMERT H., HILLER D., SCHMOLKE J.
Pulse-synthesis and pulse-adaptation in ultrasonic imaging for NDT
in: New Procedures in Nondestructive Testing (Hrsg.: HÖLLER)
p.105-112, Springer, Berlin, 1983
- /92/ SCHMOLKE J., et al
Generation of optimal input signals for ultrasound pulse-echo
systems
IEEE Ultrasonics Symp. Proceedings, San Diego, 1982
- /93/ ERMERT H., SCHAEFER J.O.
Flaw Detection and imaging by high-resolution synthetic pulse
holography
in: Acoustical Imaging, Vol.10 (Hrsg.: ALAIS, METHERELL), p.629-642
Plenum, New York, 1982
- /94/ VERLY J.G., BRACEWELL R.N.
Blurring in tomograms made with x-ray beams of finite width
J. of Comp. Assisted Tomography, Vol.3, No.5 (1979), p.662-673

- /95/ PRASAD S.C.
Effects of focal spot intensity distribution and collimator width
in reconstructive x-ray tomography
Medical Physics, Vol.6, No.3 (1979), p.229-232
- /96/ VERLY J.G.
Collimator effects in high resolution x-ray computed tomography
IEEE Trans. Medical Imaging, Vol. MI-1 (1982), p.122-136

Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand im Anschluß an ein von der Deutschen Forschungsgemeinschaft gefördertes Forschungsvorhaben mit dem Thema "Ultraschall-Computertomographie", welches am Lehrstuhl für Hochfrequenztechnik der Universität Erlangen-Nürnberg durchgeführt wurde.

Ich danke Herrn Prof. Dr.-Ing. H. Ermert für die Themenanregung, das stete Interesse an der Durchführung der Arbeit, das allzeit offene Ohr bei allen aufgetretenen Problemen und für die vielen hilfreichen Ratschläge. Mein Dank gilt ferner all denjenigen, die zum Erfolg dieser Arbeit mit beigetragen haben, besonders Herrn Prof. Dr.-Ing. H. Brand für zahlreiche fruchtbare Impulse zur technischen Thematik, sowie meiner Frau und den beteiligten Klinikärzten für die Beratung und Unterstützung bei den medizinischen Experimenten.

Meinen Kollegen möchte ich für die wertvollen Diskussionen, den Werkstätten für die gute und konstruktive Zusammenarbeit bei der Ausarbeitung der Versuchsaufbauten danken.

Last not least sei schließlich Herrn Prof. Dr.rer.nat. A. Lohmann herzlich für die Übernahme des Korreferats gedankt.

L_e_b_e_n_s_l_a_u_f

Name: Dietmar Christoph Hiller

Geburtstag: 16.11.1953 in Pforzheim

Vater: Alfons Hiller, Dipl.-Ing.

Mutter: Elfriede Hiller, geb. Ritz

Familienstand: verheiratet, keine Kinder

Ausbildung: 1.9.1960 - 22.7.1964
Adalbert-Stifter-Grundschule, Erlangen
1.9.1964 - 8.6.1973
Ohm-Gymnasium, Erlangen
1.10.1973 - 6.9.1978
Studium der Elektrotechnik
Universität Erlangen-Nürnberg

Prüfungen: Reifeprüfung bestanden am 8.6.1973
Ohm-Gymnasium, Erlangen
Diplomprüfung bestanden am 6.9.1978
Universität Erlangen-Nürnberg

Tätigkeiten: 15.10.1978 - 31.12.1978
wissenschaftliche Hilfskraft
am Lehrstuhl für Hochfrequenztechnik
Universität Erlangen-Nürnberg
1.1.1979 - 31.12.1982
wissenschaftlicher Mitarbeiter
am Lehrstuhl für Hochfrequenztechnik
Universität Erlangen-Nürnberg
seit 1.1.1983
Entwicklungsingenieur
Siemens AG, UB Med, Erlangen

